

## Ein Beitrag zur Theorie des zweiohrigen Hörens.

Von OTTO SCHÄFER und HERBERT SCHLITT.

Mit 8 Textabbildungen.

(Eingegangen am 13. Oktober 1954.)

### Einführung.

Zwischen der Klangempfindung, die das unmittelbare Anhören einer Wort- oder Musikdarbietung auslöst, und der Empfindung, die das gleiche Schallereignis am Ende eines Übertragungssystems (Telefon oder Rundfunk) hervorruft, besteht ein beträchtlicher Unterschied. Er beruht bekanntlich darauf, daß im ersten Fall die gewöhnlich sehr verschiedenen Sinneswahrnehmungen der beiden Ohren auf getrennten Wegen dem Gehirn zugeleitet werden; bei dem üblichen Rundfunkverfahren dagegen werden die dem ursprünglichen Schallfeld entnommenen Signale zum mindesten auf einem Teil des Übertragungsweges „gemischt“ und wirken bei der Wiedergabe durch einen (oder mehrere) Lautsprecher in unnatürlicher Weise, mit gestörten Phasenbeziehungen, auf die Ohren des Beobachters. Glücklicherweise werden die der sogenannten Einkanalübertragung anhaftenden Mängel von der überwiegenden Mehrzahl der Rundfunkhörer überhaupt nicht bemerkt; zudem hat die Tendenz der Rundfunkanstalten, immer mehr auf Übertragungen aus Theatern und Konzertsälen zugunsten solcher aus eigenen Aufnahmerräumen zu verzichten, und die Anwendung von mancherlei — physikalisch anfechtbaren — Kniffen bei der Aufstellung der Mikrofone genügt, dem Hörer die Illusion einer „originalgetreuen Übertragung mit Raumwirkung“ zu vermitteln. Eine langjährige Beschäftigung des einen Verfassers [1] mit diesen Fragen führte zu dem Wunsch, die mit physikalischen Methoden faßbaren Effekte aus dem Problem des zweiohrigen Hörens herauszuschälen, Effekte, deren Kenntnis bei der Planung elektroakustischer Anlagen von Vorteil sein kann.

### Der „scheinbare Nachhall“ bei einohrigem Hören.

Für die folgenden Betrachtungen wird ein Beobachter mit gleichen, normalen Ohren und auf der technischen Seite eine Übertragungsanlage vorausgesetzt, die bezüglich Frequenzbereich, Linearität und Frequenzabhängigkeit den höchsten Ansprüchen genügt.

Eine sehr merkwürdige Erscheinung, die schon am Stadtteléfono beobachtet werden kann, ist der Unterschied zwischen der Nachhall-Empfindung bei dem Hören über eine Einkanal-Übertragungsanlage und derjenigen bei unmittelbarem Hören mit zwei Ohren. Nicht ohne Grund sitzen im Rundfunk Sprecher und Diskussionsredner sehr nahe am Mikrofon; auch bei Konzertdarbietungen werden selbst dann, wenn keine störenden Nebengeräusche zu befürchten sind (keine Zuhörer im Senderraum), die Mikrofone bedeutend näher an das Orchester herangestellt als es einem mittleren Sitzplatz entspricht. In einem gewöhnlichen Zimmer kann man, ruhige

Umgebung vorausgesetzt, einen Sprecher auf mehrere Meter Entfernung mühelos verstehen. Wird hingegen in demselben, durchschnittlich gedämpften Raum ein Mikrofon mehrere Meter von einem Sprecher entfernt aufgestellt, so klingt am Ausgang der Übertragungsanlage die Sprache wie wenn der Sprecher in einem Raum mit ganz kahlen Wänden gesprochen hätte.

Der Nachhall, das zeitliche Abklingen eines Wellenfeldes in einem geschlossenen Raum, wird durch die — im allgemeinen frequenzabhängige — Nachhallzeitkonstante nach SABINE gemessen. Diese kann recht genau aus dem Schluckvermögen der einzelnen Teile der Wandbedeckung und Einrichtungsgegenstände berechnet werden. Wie erklärt sich der im vorigen Abschnitt beschriebene, auffällige Unterschied in der subjektiven Beurteilung des Nachhalles einmal beim normalen zweiohrigen Hören, zum anderen bei einer in sich einwandfreien Einkanal-Übertragung? Es ist zu vermuten, daß man etwas darüber erfährt, wenn man in dem fraglichen Raum abwechselnd mit einem und zwei Ohren hört, da im Grenzfall die Einkanal-Übertragung nur die „Verlängerung“ eines Ohres darstellt. Dieser primitive Versuch zeigt ein überraschendes Ergebnis in Räumen mit einer Nachhallzeit von mindestens 1 Sekunde, er gelingt am besten in schwach besetzten kleinen oder mittleren Sälen.

Durch systematische Befragung einer Anzahl von Versuchspersonen wurde festgestellt, daß jeder, der seine Sinnesempfindungen verständlich beschreiben kann, seine Eindrücke wie folgt zusammengefaßt: Gegenüber dem zweiohrigen Hören erscheint, wenn ein Ohr möglichst gut verschlossen wird, mehr Nachhall vorzuliegen, oft treten diskrete Echos von den Wänden in Erscheinung, Einzelheiten des Klangbildes verwischen sich; kurze Pausen zwischen Silben und Noten erscheinen stärker ausgefüllt. Zahlenmäßige Angaben lieferte ein Versuch, der in dem Hörsaal des Institutes (190 Sitzplätze, Volumen ca 700 m<sup>3</sup>, Nachhallzeit leer ca. 2,5 s) vorgenommen wurde (Abb. 1). An der Stelle S stand ein Sprecher, der möglichst monoton, aber deutlich eine lange Folge von sinnlosen Kunstsilben („Logatome“) vorlas, in denen die einzelnen Laute mit derselben Häufigkeitsverteilung wie in der deutschen Sprache vorkommen. 13 Versuchspersonen, die auf den mittleren Sitzreihen (Z) verteilt waren, schrieben das Gehörte nach. Die Fehler wurden anschließend ausgezählt und sind in der folgenden Tabelle 1 mit  $F_2$  für zweiohriges Hören und

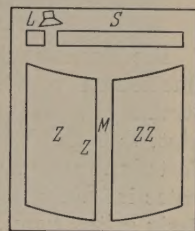


Abb. 1. Grundriß des Versuchsraumes mit Schallquellen und Empfängern.



Tabelle.

Person	A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	N
$F_2$	9	15	12	9	12	10	14	10	12	5	11	12	14
$F_1$	25	20	27	27	22	18	29	15	28	16	19	26	30
$F_2/F_1$	0,36	0,75	0,44	0,33	0,55	0,56	0,48	0,66	0,43	0,31	0,57	0,46	0,47

$F_1$  für einohriges Hören wiedergegeben. Der Mittelwert des Quotienten  $F_2/F_1$  ist 0,49; es wurden also mit einem Ohr nur rund halb so viel Silben richtig verstanden wie mit zwei Ohren, wobei der Faktor 2 in der aufgenommenen Schallenergie selbstverständlich keine Rolle spielt.

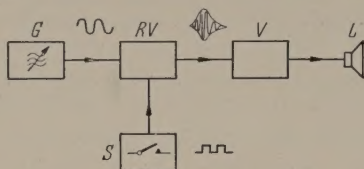


Abb. 2. Blockschaftbild einer Anlage zur Erzeugung von wiederholbaren Klängen.

Die durchschnittliche Abweichung des jeweiligen Quotienten vom Mittelwert beträgt  $\eta = 0,098$ , die Streuung  $m = 0,122$ . Eine genaue Untersuchung zeigt, daß das Verhältnis  $m/\eta$  gut einer GAUßESCHEN Verteilung entspricht, so daß das Ergebnis des Silbentestes im Sinne einer statistischen Aussage als zuverlässig gelten kann.

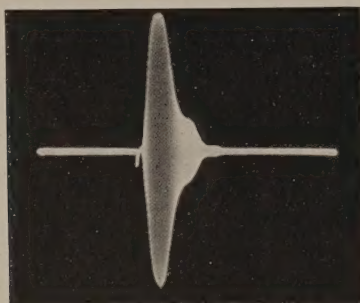


Abb. 3. Oszillogramm eines mit der Apparatur nach Bild 2 erzeugten Klanges. Trägerfrequenz 2000 Hz.

#### Versuche mit künstlich erzeugten Klangfolgen.

Die beschriebenen Versuche räumten bereits eindeutig mit der Vorstellung auf, daß das „natürliche“ Klangbild bei zweiohrigem Hören in einem Raum mit angemessenem Nachhall ausschließlich auf der Fähigkeit beruht, eine Schallquelle anzupeilen. Bekanntlich kann man selbst in einem Raum mit viel Nachhall mit verbundenen Augen eine Schallquelle mühelos lokalisieren, wenn diese nur Knacke oder tonfrequente Impulse aussendet. Es gelingt mit bemerkenswerter Genauigkeit, den Kopf in die Richtung zur Schallquelle zu drehen, so daß die Ohren gleichzeitig von der „ersten Wellenfront“ überstrichen werden. Bei Dauertönen, die im Raum ein stehendes Wellenfeld hervorrufen, versagt das Verfahren. Bei dem Silbentest erwies sich die Verständlichkeit gegen willkürliche oder unwillkürliche Drehungen des Kopfes gegenüber der Richtung zum Sprecher als nahezu unempfindlich.

Immerhin ist die Sprache ein so komplexer Vorgang, daß eine Deutung mittels gleichzeitig aufge-

nommener Oszillogramme am Ort der Ohren des jeweiligen Beobachters aussichtslos erscheint. Daher wurde nach Bild 2 eine Vorrichtung gebaut, um bestimmte Klänge, die eine gewisse Ähnlichkeit mit Sprachelementen oder musikalischen Klängen haben, in beliebiger Wiederholung zu beobachten.  $G$  ist wahlweise ein Generator für sinusförmige Spannung (Schwebungssumme 30 Hz bis 15 kHz) oder ein Rechteckwellengenerator,  $RV$  ein Verstärker, dessen Verstärkungsgrad durch das Steuergerät  $S$  eine geeignete Zeitabhängigkeit erteilt wird. Es ist für langsame Impulsfolgen ein mechanischer Schalter, für schnellere ebenfalls ein Multivibrator. Zunächst sendet der an dem Leistungsverstärker  $V$  angeschlossene Lautsprecher  $L$  Wellengruppen mit rechteckiger Hüllkurve aus. Durch geeignete Verzögerungsglieder (vgl. [2]) kann die Hüllkurve in weiten Grenzen verformt werden, so daß beispielsweise der Schalldruck, unmittelbar am Lautsprecher gemessen, den Verlauf nach Abb. 3 aufweist. Die Wiederholungsfrequenz dieser „Schallimpulse“ war nach Bedarf einstellbar; ein großer Teil der Versuche wurde mit einer Wiederholungsfrequenz von etwa 3 Hz angestellt. Nach Ausschaltung des Tongenerators  $G$  und einer einfachen Umstellung innerhalb  $RV$  können auch als primäre Klänge mehr oder weniger scharfe Knacke abgestrahlt werden.

Eingehende Beobachtungen der beiden Verfasser mit verschieden geformten Wellengruppen (im Trägerfrequenzbereich 300 ··· 2000 Hz) und Knacken zeigten auf nahezu allen Plätzen des Hörsaales unverkennbare Unterschiede zwischen den Eindrücken bei ein- und zweiohrigem Hören. Auch die bei dem Silbentest beteiligten Versuchspersonen wurden befragt; die Fragen wurden so formuliert, daß nur die Antworten „ja“ und „nein“ bzw. „mehr“ und „weniger“ möglich waren. Es gab zwar stärkere Abweichungen im Urteil, aber im ganzen bestätigten selbst Beobachter, die vorher niemals mit akustischen Fragen dieser Art in Berührung gekommen waren, die Auffassung der Versuchsleiter:

1. Bei zweiohrigem Hören tritt die Hüllkurve des primären Klanges deutlicher hervor, die Pausen zwischen den einzelnen Schallimpulsen werden trotz dem Nachhall im Raum als relativ leer empfunden; der Grundton (Trägerfrequenz) ist besonders deutlich.

2. Bei einohrigem Hören erscheinen die Pausen mehr aufgefüllt, oft tritt das erste Echo von der Saalrückwand auffällig hervor, der Grundton tritt zurück, die Impulsfolge nimmt mehr Geräuschecharakter an.

Höchst erstaunlich ist die schon früher beobachtete [1], [3] Fähigkeit des menschlichen Gehörsinnes, die primäre Hüllkurve auch bei einohrigem Hören einigermaßen zu rekonstruieren. Zeichnet man mittels Mikrofon und Oszillographen unmittelbar neben dem Ohr des Beobachters mitten im Hörsaal den Schalldruckverlauf auf, so ist bei einer primären Folge von scharfen Knacken kaum noch eine Spur des ursprünglichen Schallphänomens zu sehen. Die zu erwartenden Maxima gehen vollständig in der unregelmäßigen Kurve des Nachhalles unter; dennoch werden sie selbst von ungeübten Beobachtern mühelos herausgehört.



# Der stetige Übergang von zwei- zu einohrigem Hören.

Die endgültige Klärung der verwickelten Erscheinungen gelang mittels des Kunstgriffes (H. SCHLITT), einen stetigen Übergang zwischen ein- und zweiohrigem Hören herzustellen und besonders die Grenzfälle zu untersuchen:

a) den Schalldruck, wie er an einem Ohr des Hörers vorliegt, gleichartig auf die beiden Ohren wirken zu lassen;

b) die Schalldruckanteile, welche bei normalem Hören auf die beiden Ohren eines Hörers wirken, additiv einem Ohr zuzuführen.

Dazu genügt ein einfaches Stethoskop, wie es der Arzt zum Auskultieren von Körperschall benutzt. Man versieht die Metallrohre des Instrumentes mit zwei gleich (30 cm) langen Gummischläuchen und kann damit die Empfangsflächen des Gehörsinns in einem Gebiet um den Kopf herum beliebig placieren, auch zusammenfallen lassen.

Bei richtigem Einsatz der Gummiendstücke im Gehörgang ist die Schalldämmung bereits so gut, daß man bei einiger Übung im wesentlichen den von den Schlauchöffnungen aufgenommenen Schall heraushört. Für die genauere Untersuchung empfiehlt es sich aber, die Empfängerfläche durch aufgesetzte Glastrichter von 5 cm Durchmesser zu vergrößern und die Ohrmuscheln durch aufgesetzte Schwammgummikappen und eine Metallschale abzudecken. Von oben gesehen ergibt sich dann eine Anordnung nach Abb. 4a. Bei einem Abstand der Trichter  $d \approx 50$  cm ist der Unterschied gegenüber dem normalen Hören unbedeutend, man kann einen Sprecher leicht lokalisieren, und zwar sowohl mit festgehaltenen als auch mit bewegten Trichtern; man empfindet eine gewisse Raumselektivität und etwa ebensoviel Nachhall wie ohne das Stethoskop.

Vermindert man den Abstand der beiden Trichter, so ändert sich bis  $d \approx 20$  cm nichts; dann aber nimmt der Nachhall scheinbar immer mehr zu, das Lokalisationsvermögen verschwindet.

Wenn man bei  $d = 0$  einen der beiden Schläuche zudrückt, also einohrig hört, so tritt kein weiterer Unterschied mehr auf. Nebenbei nimmt man in dem Bereich, in dem der Nachhall zunimmt, eine Verlagerung des Klangbildes nach höheren Frequenzen hin wahr. Der Effekt ist so drastisch, daß er während eines Kolloquiums ohne Schwierigkeiten den Teilnehmern nacheinander vorgeführt werden konnte.

Genau dieselben Erscheinungen treten auf, wenn nach Abb. 4b die beiden Hörschläuche in einem Gabelstück

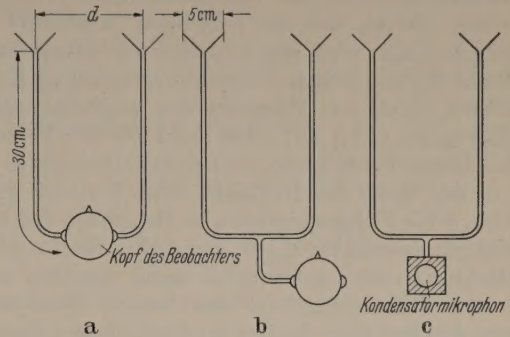


Abb. 4. Versuche mit dem „Gabelhörer“; Beschreibung im Text.

vereinigt werden, so daß der an zwei beliebig wählbaren Aufpunkten aufgenommene Schall einem Ohr

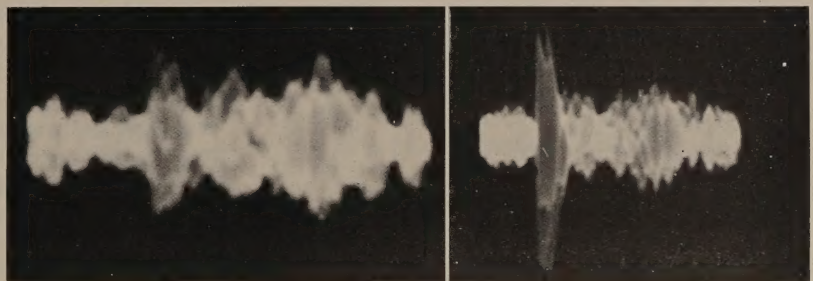


Abb. 5: Trägerfrequenz 780 Hz.

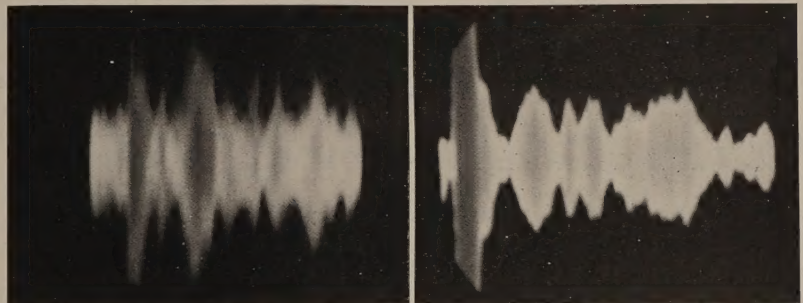
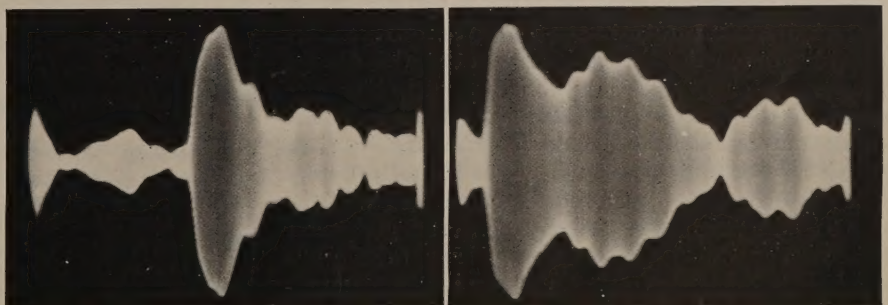


Abb. 6: 910 Hz.



a) Trichterabstand 0.

b) Abstand 20 cm.

Abb. 7: 2500 Hz.

Abb. 5—7. Oszillogramme der Mikrofonspannung in der Anordnung nach Bild 4c.

zugeführt werden kann; das andere Ohr wird möglichst gut verschlossen. In dem Bereich  $d = 50 \dots 20$  cm hat man durchaus den Eindruck wie bei zweiohrigem Hören: „normaler“ Nachhall, gute Artikulation, bis auf die leichte Höhendämpfung durch die Schläuche natürliche Klangfarbe. Wird der Abstand  $d$  weiter bis zur Berührung der beiden Trichter verringert, so tritt subjektiv der Nachhall hervor, die Pausen zwischen



den Schallimpulsen füllen sich auf u. s. f. wie vorher beschrieben. Damit ist eindeutig erwiesen, daß der Unterschied zwischen ein- und zweiohrigem Hören bis auf einen Punkt, der im folgenden Abschnitt zur Sprache kommen wird, rein physikalisch bedingt ist.

Dieser Befund läßt sich objektivieren durch Ersatz des Ohres durch ein Mikrofon mit angeschlossenem Oszillographen (Abb. 4c). Aus der Fülle der Versuche [4], bei denen das Mikrofon mit dem Gabelansatz ( $M$ ) etwa in der Mitte des Hörsaales Abb. 1 stand, geben die Abb. 5 bis 7 charakteristische Beispiele; das linke Teilbild gilt jeweils für  $d=0$ , das rechte für  $d=20$  cm. Die Richtung zum Lautsprecher stand ungefähr senkrecht zur Verbindungslinie der beiden Trichteröffnungen. Auf fast allen Bildern ist deutlich zu erkennen, wie bei auseinanderstehenden Trichtern der direkte Schall viel besser nachzuweisen ist, als wenn die

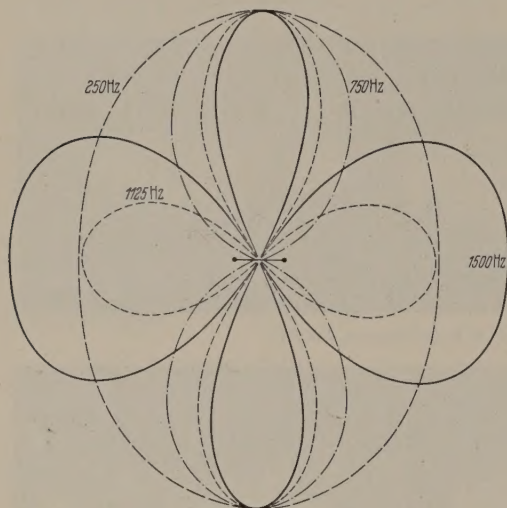


Abb. 8. Richtdiagramm der beschriebenen Empfängergruppe für  $d = 20$  cm.

Trichteröffnungen praktisch zusammen fallen. Somit ist die Wirkung der beiden Ohren ganz einfach die einer Empfängergruppe mit zwei gleichen Einheiten, die additiv zusammengeschaltet sind. Das Richtdiagramm einer solchen Gruppe ist für die Ebene, in der die Empfänger liegen, in Abb. 8 für  $d = 20$  cm und eine Anzahl Frequenzen aufgezeichnet. Dieses Richtdiagramm im Vergleich zu dem (in diesem Frequenzbereich nahezu) kreissymmetrischen des einzelnen Ohres liefert im wesentlichen die Begründung für die unterschiedliche Nachhallempfindung, d. h. die relative Bewertung des von den Wänden reflektierten Schalles nach Amplitude und Frequenz. Im wichtigsten Teil des Tonfrequenzbereiches wird bei geeigneter Orientierung der Empfängergruppe zur Schallwelle der direkte Schall bevorzugt, der aus anderen Raumrichtungen kommende Schall in geringerem Maße aufgenommen. Mit der Empfängergruppe kann man eine Schallquelle „anpeilen“.

Grundsätzlich könnte bei den hier mitgeteilten Beobachtungen eine physiologische Erscheinung eine

Rolle spielen, die man *Verdeckungseffekt* nennt; man könnte sich vorstellen, daß etwa vom Gehörnerv des zuerst vom direkten Schall getroffenen Ohres eine Art Blockierung der anderen Seite für den später ankommenden Schall, also auch den Nachhall, ausgeht. Dem ist nach unseren Versuchen nicht so; auch ein Vergleich mit dem räumlichen Sehen ist unzulässig, denn die additive Überlagerung der von verschiedenen Sehzentren aus gesehenen Bilder in einem Auge führt stets zu Doppelkonturen, aber nicht zu einer stereoskopischen Verschmelzung. Der einzige physiologische Anteil am zweiohrigen Hören ist das Lokalisationsvermögen, wenn man darunter die Fähigkeit versteht, bei ruhendem Kopf, auf Grund der Zeitdifferenz in der Erregung der beiden Ohren durch den direkten Schall, die Richtung einer nicht gesehenen Schallquelle anzugeben. Die mit der Konzentration auf eine bestimmte Schallquelle — besonders unter Zuhilfenahme des Gesichtssinnes — zusammenhängenden psychologischen Vorgänge [5], die sicher auch zur Unterdrückung unerwünschten Schalles, also auch des Nachalles beitragen, können im Rahmen dieser Arbeit keine Berücksichtigung finden.

Es soll nicht behauptet werden, daß eine Einkanal-Übertragung mit gespaltenem Eingang — am einfachsten 2 Mikrofone in einem Abstand von  $20 \cdots 30$  cm — einer Zweikanal-Übertragung gleichwertig sei. In allen Fällen, in denen das Lokalisationsvermögen von nicht vernachlässigbarem Einfluß auf das subjektive Klangbild ist, kann das nicht sein. Dennoch ist allein die Verminderung des scheinbaren Nachalles gelegentlich von technischer Bedeutung, sofern die beiden Mikrofone ohne große Umstände in die günstigste Lage zur Schallquelle gebracht werden können. Versuche haben gezeigt, daß beispielsweise schwerhörige Benutzer einer Hörhilfe, die auf einem Ohr ganz taub sind, durch Anwendung des geschilderten Verfahrens eine ganz beträchtliche Verbesserung und Erleichterung empfinden.

#### Zusammenfassung.

Einer der auffälligsten Unterschiede zwischen ein- und zweiohrigem Hören ist die Änderung der Nachhallempfindung. An Hand von subjektiven und objektiven Versuchen wird gezeigt, daß diese Erscheinung im wesentlichen physikalisch bedingt ist. Einige Folgerungen für die Bemessung von elektroakustischen Einkanal-Übertragungsanlagen werden angegeben.

**Literatur.** [1] SCHÄFER, O.: Neuere Gesichtspunkte zur Konzertübertragung im Rundfunk. Festschrift zur 125-Jahrfeier des Physikalischen Vereins Frankfurt/Main 1949. — [2] ASCHOFF, V.: Hochfrequenz- und Elektroak. 49, 138 (1937). — [3] TÜRK, W.: Akust. Z. 5, 129 (1940). — [4] SCHLITT, H.: Versuche zur Klärung des zweiohrigen Hörens und der Nachhall-Empfindung. Diplomarbeit 1954 Universität Frankfurt/Main. — [5] BURKOWITZ, P.: Funk und Ton, S. 561 (1952) und S. 10 (1953). —

Prof. Dr. OTTO SCHÄFER, Dr. HERBERT SCHLITT,  
Institut für Angewandte Physik der Universität  
Frankfurt a. Main 1, Robert Mayer-Straße 2.



# Messung von Dielektrizitätskonstanten durch Aufspaltung entarteter Eigenfrequenzen\*.

VON MANFRED SCHRÖDER.

Mit 4 Textabbildungen.

(Eingegangen am 5. September 1954.)

## Einführung.

Bei einem gewöhnlichen Hohlraumresonator zur Messung von Dielektrizitätskonstanten (DK) wird die Verschiebung der Resonanzfrequenz gemessen, wenn die dielektrische Probe in den Resonator eingeführt ist. Wenn die Feldverteilung im Hohlraum bekannt ist, ist die Frequenzverschiebung ein quantitatives Maß für die DK der Probe. Es gibt zwei Wege, um die Frequenzverschiebung zu messen: vermittels eines Wellenmessers oder mit einem Hohlraumgütemesser (cavity *Q*-meter). Bei der ersten Methode wird die Frequenzverschiebung entweder direkt oder durch mechanische Kompensation am Hohlraum selbst gemessen. Bei der zweiten Methode wird die Frequenzverschiebung gegen eine Bezugsfrequenz [1] mit einem Hohlraumgütemesser gemessen [2].

Die hier beschriebene Methode kann als eine Weiterentwicklung der Hohlraumgütemesser-Methode verstanden werden. Der einzige Unterschied ist der, daß die Bezugsfrequenz vom Meßhohlraum selbst geliefert wird. Das ist möglich, wenn man Hohlräume mit einfach entarteten Resonanzen benutzt. Die dielektrische Probe wird dann so in den Hohlraum gesetzt, daß die beiden Schwingungsformen verschieden beeinflußt werden. Die ursprünglich zusammengefallenen Eigenfrequenzen werden aufgespalten. Die resultierende Frequenzaufspaltung dient als Maß für die DK der Probe.

Bei einem Hohlleiter mit quadratischem Querschnitt, zum Beispiel, gibt es zwei Grundwellen die  $TE_{1,0}$  und die  $TE_{0,1}$ , die zu einer einfach entarteten Resonanz führen, wenn ein kurzgeschlossener Hohlleiter dieser Art als Hohlraumresonator verwendet wird<sup>1</sup>.

Wenn die Lage der dielektrischen Probe im Hohlraum wie in Abb. 1 gezeichnet ist, werden die beiden Resonanzfrequenzen zu niedrigen Werten verschoben, entsprechend der allgemeinen Formel [3]:

$$\frac{df}{f} = -\frac{\varepsilon - 1}{2} \cdot \frac{\overline{E_1 \cdot E_2}}{\overline{E^2}} \cdot \frac{dV}{V}, \quad (1)$$

wobei  $df/f$  die relative Frequenzverschiebung ist,  $\varepsilon$  der Realteil der DK,  $\overline{E^2}$  die mittlere elektrische Intensität im Hohlraum,  $E_1$  das ungestörte Feld am Ort der Probe und  $E_2$  das elektrische Feld in der Probe. Der Mittelwert des Produktes  $E_1 \cdot E_2$  ist über das Volumen der Probe  $dV$  zu nehmen.  $V$  ist das Volumen des Hohlraums.

Aus der allgemeinen Formel (1) folgen unmittelbar die Verschiebungen der beiden zur  $TE_{1,0}$  und  $TE_{0,1}$  gehörigen Eigenfrequenzen. Wenn die Proben ein ganzes Vielfaches einer halben Wellenlänge lang sind und ihre Dicke klein gegen die Querschnittsdimension

des Hohlraumes ist, ergibt sich

$$\frac{df_{1,0}}{f} = -(\varepsilon - 1) \cdot \frac{dV}{V} \quad (2a)$$

und

$$\frac{df_{0,1}}{f} = -\frac{(\varepsilon - 1)}{2\varepsilon} \cdot \frac{dV}{V}. \quad (2b)$$

Die relative Frequenzaufspaltung ist also

$$\frac{df}{f} = \frac{|df_{1,0} - df_{0,1}|}{f} = (\varepsilon - 1) \left(1 - \frac{1}{2\varepsilon}\right) \cdot \frac{dV}{V}. \quad (3)$$

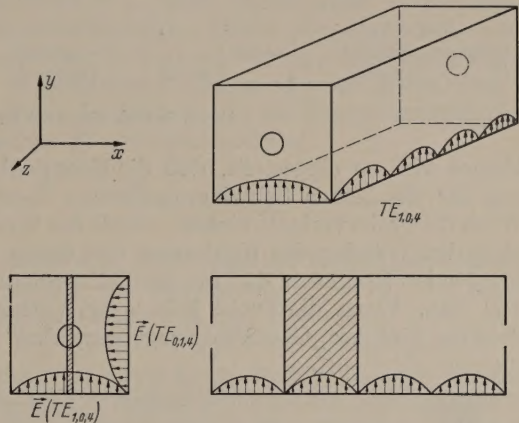


Abb. 1. Der Hohlraumresonator mit quadratischem Querschnitt. Die elektrischen Felder der beiden entarteten Eigenschwingungen und die Lage der Probe sind angedeutet.

Wenn man diese Beziehung nach  $\varepsilon$  auflöst, bekommt man

$$\varepsilon = \frac{2s + 3}{4} + \sqrt{\left(\frac{2s + 3}{4}\right)^2 - \frac{1}{2}}, \quad (4)$$

wobei  $s$  eine Abkürzung für  $\frac{df}{dV} \cdot \frac{V}{f}$  ist.

Die Verluste der Probe können ganz einfach aus der Differenz der Halbwertsbreiten der beiden Resonanzen bestimmt werden. Die quantitativen Beziehungen zwischen den Güten der beiden Resonanzen und dem Tangens des Verlustwinkels  $\delta$  sind [3]

$$Q_{1,0}^{-1} = Q^{-1} + 2\varepsilon \operatorname{tg} \delta \frac{dV}{V}. \quad (5a)$$

$$Q_{0,1}^{-1} = Q^{-1} + \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{tg} \delta \frac{dV}{V}. \quad (5b)$$

Hierin ist  $Q$  die Betriebsdämpfung (loaded  $Q$ ) des leeren Hohlraumresonators.

Es bereitet jedoch einige Schwierigkeiten, die Güten mit einer ausreichenden Genauigkeit zu messen. Statt dessen kann man das Verhältnis der beiden Güten durch das Verhältnis der Energieübertragung für die beiden Schwingungsformen bestimmen. Zu diesem Zwecke kann der Resonator gegen das anregende Feld in den Hohlleitern gedreht werden, so daß abwechselnd die eine oder andere Schwingungsform voll angeregt wird. Die quantitative Beziehung zwischen den Energieübertragungen  $P_{1,0}$  und  $P_{0,1}$  und den Güten ist [4]

$$\sqrt{\frac{P_{1,0}}{P_{0,1}}} = \frac{Q_{1,0}}{Q_{0,1}}. \quad (6)$$

\* Diese Arbeit wurde zu einem großen Teil unterstützt durch das European Office Air Research and Development Command, Brüssel, unter dem Vertrag Nr. AF 61 (514)—438.

<sup>1</sup> In einer vorangegangenen Arbeit ist ein kreiszylindrischer Resonator benutzt worden, für den die Entartungsverhältnisse ganz analog sind.



Die Messung der relativen Energieübertragung für die beiden Schwingungsformen ist jedoch noch nicht die ideale Methode zur Messung der Verluste, weil dabei die Charakteristik der Germaniumdiode eingeht. Deshalb wird die folgende Methode zur Messung der Verluste vorgeschlagen: Die Winkelstellung des

einer auf jeder Seite des Hohlraums, und zwei Übergangsstücke vom rechteckigen auf den quadratischen Querschnitt und schließlich die Germaniumdiode, die das Signal für die vertikale Ablenkung auf dem Oszillographenschirm des Hohlraumgütemessers liefert.

Die Photographie Abb. 3 zeigt (von links nach

rechts) die Mischdiode, die beiden Klystrons, den ersten Abschwächer und das Übergangsstück. Am offenen Ende des Übergangsstückes kann man den quadratischen Querschnitt sehen. Die halbe Länge des Übergangsstückes ist mit Schaumtrolitul gefüllt, das einen Keil aus Kohlepapier hält. Dadurch wird das Übergangsstück für

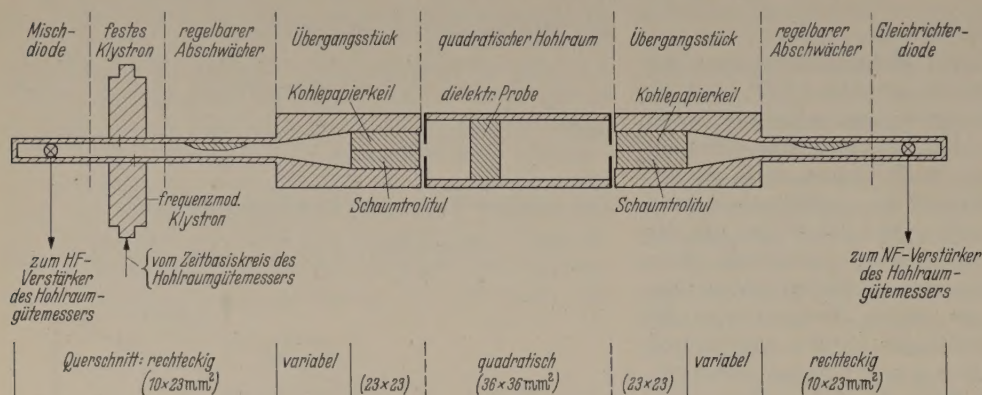


Abb. 2. Der cm-Wellenteil der Apparatur.

Hohlraums wird so eingestellt, daß die Energieübertragung für die beiden Schwingungsformen dieselbe ist. Wenn die Probe verlustfrei wäre, würde der Winkel zwischen den Wänden des Hohlraums und denen der anschließenden Hohlleiter  $45^\circ$  für gleich Energieübertragung sein. Wenn die Probe jedoch mit Verlusten behaftet ist, wird der „Gleichübertragungswinkel“ um

alle Polarisationen reflexionsfrei.

Abb. 4 ist eine Photographie des Hohlraums. An seinem einen Ende ist eine der beiden Blenden mit dem kreisförmigen Koppelloch zu sehen. Die beiden Quetschvorrichtungen dienen zum Abstimmen des leeren Hohlraumresonators, d. h. die beiden entarteten

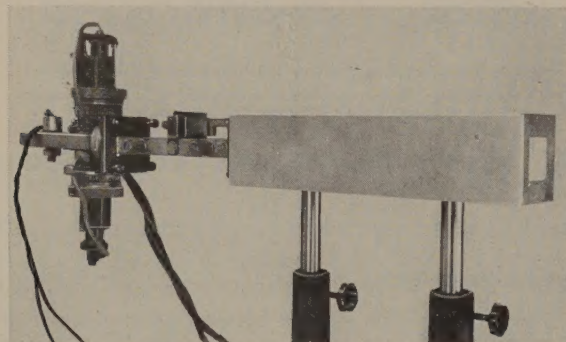


Abb. 3. Die Mischdiode, die beiden Klystrons, der Abschwächer und das Übergangsstück vom rechteckigen auf den quadratischen Querschnitt.

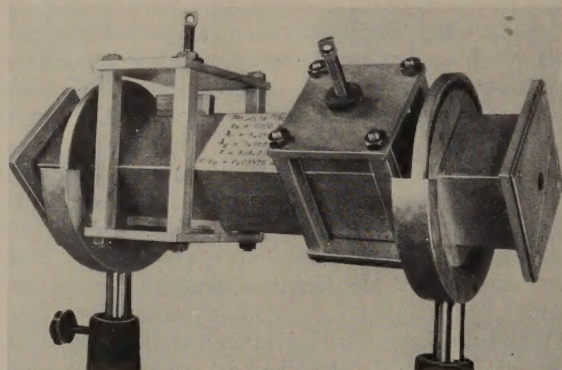


Abb. 4. Der Hohlraumresonator mit der Halterung und den Quetschvorrichtungen zum Abstimmen.

einen Winkel  $\beta$  von  $45^\circ$  abweichen. Die Beziehung zwischen dem Gleichübertragungswinkel,  $45^\circ - \beta$ , und den Güten ist

$$\operatorname{tg}^2 (45^\circ - \beta) = \frac{Q_{1,0}}{Q_{0,1}}. \quad (7)$$

Das folgt sofort aus der Tatsache, daß die übertragene Energie proportional der quadrierten Güte und  $\cos^4 \alpha$  ist, wobei  $\alpha$  der Winkel zwischen der Polarisierung im Hohlleiter und der Polarisierung im Hohlraum ist.

### 1. Die Meßapparatur.

Abb. 2 gibt einen Überblick über den experimentellen Aufbau. In der Mitte sieht man den Hohlraumresonator mit einer eingeführten Probe. Man erkennt die beiden Klystrons für 3 cm Wellenlänge, wovon das eine frequenzmoduliert ist und das andere eine feste Frequenz zur Erzeugung der Schwebungsfrequenz für den Hohlraumgütemesser [2] hat. Weiter sieht man die Mischdiode, an der die Schwebungsfrequenz abgenommen wird, zwei Abschwächer, je

Eigenfrequenzen genau gleich zu machen. Bei der vorliegenden Anlage ist das mit einer Genauigkeit von  $\pm 50$  kHz möglich. Das sind  $\pm 5 \cdot 10^{-6}$  der Resonanzfrequenz. Die Halterung des Hohlraums ist so ausgeführt, daß er um seine Längsachse gedreht werden kann. An einer der beiden Halterungen ist eine Winkelteilung mit Nonius angebracht, womit der Gleichübertragungswinkel gemessen werden kann.

Der Querschnitt des Hohlraums beträgt  $36 \times 36$  mm<sup>2</sup>, seine Länge 255 mm. Das führt zu einer  $TE_{1,0,14}/TE_{0,1,14}$ -Resonanz bei einer Wellenlänge von  $\lambda = 3,25$  cm. Das entspricht einer Resonanzfrequenz von ungefähr 9220 MHz. Der Querschnitt des Resonators ist so groß wie möglich gewählt worden, um eine möglichst hohe Güte zu bekommen. Auf der anderen Seite ist der Querschnitt klein genug, daß keine unerwünschten Schwingungsformen angeregt werden können. Die nächsten Schwingungsformen, die in einem quadratischen Hohlraum durch ein zentriertes Loch am Ende angeregt werden können, sind



die  $TM_{1,2,0}$  und die  $TM_{2,1,0}$ . Im vorliegenden Falle ist ihre Resonanzwellenlänge 3,216 cm. Das ist genügend weit unterhalb der Betriebswellenlänge von 3,25 cm. Der Frequenzabstand beträgt etwa 100 MHz. Es gibt jedoch einige andere unerwünschte Schwingungsformen, deren Resonanzfrequenz viel näher an der Betriebsfrequenz liegt: zum Beispiel eine  $TM_{1,1,12}/TE_{1,1,12}$ -Resonanz bei  $\lambda = 3,261$  cm. Das sind nur 30 MHz unterhalb der Betriebsfrequenz. Diese Schwingungsformen werden jedoch im völlig symmetrischen Fall nicht angeregt, weil sie nicht die richtige Symmetrie verglichen mit der Symmetrie des anregenden Feldes haben. Sie können aber trotzdem angeregt werden, wenn die Lage der Probe nicht genau zentriert ist. In diesem Falle tritt eine Mischung der Schwingungsformen ein. Ein Teil der unerwünschten Schwingungsformen wird den Betriebsschwingungsformen beigemischt, so daß deren Feldverteilung gestört wird. Auf der anderen Seite wird ein gleicher Betrag der Betriebsschwingungsformen den unerwünschten Schwingungen beigemischt. Dadurch bekommen diese die Chance angeregt zu werden und auf dem Oszillographenschirm des Hohlraumgütemessers zu erscheinen. Das Auftauchen von unerwünschten Resonanzen auf dem Schirm der BRAUNschen Röhre ist also ein gutes Kriterium für einen unzulässigen Grad der Mischung verschiedener Schwingungsformen, hervorgerufen durch eine unsaubere Lage der Proben im Hohlraum. Abgesehen von einigen einführenden Versuchen, bei denen die Probe absichtlich schief gestellt worden ist, sind diese unerwünschten Schwingungsformen jedoch nie aufgetaucht. Das ist eine nachträgliche Rechtfertigung des ziemlich großen Querschnittes für einen Hohlraumresonator bei 3 cm Wellenlänge. Wenn der Querschnitt so gewählt worden wäre, daß oberhalb  $\lambda = 3,1$  cm nur die Grundschwingungsformen angeregt würden, hätte der Querschnitt kleiner als  $22 \times 22$  mm<sup>2</sup> sein müssen. Damit wäre die theoretische Leerlaufgüte des Resonators,  $Q_0$ , um fast einen Faktor zwei kleiner geworden. Für den jetzigen Querschnitt ist sie etwa  $2 \cdot 10^4$ . Die wirklich gemessene Betriebsgüte ist  $1,1 \cdot 10^4$ . Die Blenden sind 1,5 mm dick und die Löcher haben einen Durchmesser von 7 mm.

Der für die vorliegende Anlage verwendete Hohlraum ist durch einen galvanischen Prozeß gewonnen worden. Auf diese Weise konnten eine hohe Präzision der inneren Maße und eine optimale Oberflächenbeschaffenheit erreicht werden. Anschließend ist der Hohlraum noch versilbert worden, um die Oberfläche zu konservieren. Die Frequenzaufspaltung des fertigen Resonators betrug nur 1 MHz oder  $10^{-4}$  der Resonanzfrequenz. Das bedeutet eine mechanische Präzision in der Größenordnung einiger  $\mu$ .

Neben dem Hohlraumresonator sind die beiden Übergangsstücke auf beiden Seiten des Resonators der wichtigste Teil des cm-Wellenteils der Anlage. Diese Übergangsstücke bilden das Verbindungsglied zwischen den rechteckigen Hohlleitern und dem quadratischen Hohlraum (siehe Abb. 2). Die Gesamtlänge eines Übergangsstückes beträgt 20 cm. Davon entfallen 10 cm auf den eigentlichen Übergang von  $10 \times 23$  mm<sup>2</sup> auf  $23 \times 23$  mm<sup>2</sup>. Die andere Hälfte hat einen konstanten Querschnitt von  $23 \times 23$  mm<sup>2</sup>. Sie ist mit Schaumtrollit ausgefüllt, das einen Keil aus

Kohlepapier hält. Dieser Keil absorbiert die Energie, die anderenfalls am Übergang reflektiert werden würde. Bei dem Übergangsstück handelt es sich um eine dreiarmlige Hohlleiterverzweigung. Wenn wir den rechteckigen Anschluß mit „Arm 1“ identifizieren, die Polarisation im quadratischen Querschnitt, die mit dem rechteckigen Ende koppelt, mit „Arm 2“, und die verbleibende dazu senkrechte Polarisation mit „Arm 3“, dann würde die Streumatrix des idealen Übergangsstückes wie folgt aussehen:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & e^{i\varphi} & 0 \\ e^{-i\varphi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bei dem wirklichen Übergangsstück sind die Matrixelemente in der Hauptdiagonalen, die Reflexionskoeffizienten, natürlich nicht genau gleich Null, sondern etwa 5%. Diese Reflexionen verstimmen den Hohlraumresonator. Wenn wir annehmen, daß die Phasen der Reflexionen am quadratischen Ende für die Polarisationen entgegengesetzt gleich sind, wird die durch die Reflexionen am Übergangsstück hervorgerufene Frequenzaufspaltung:

$$\frac{df}{f} = \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} Q_r^{-\frac{1}{2}} \frac{\lambda}{\lambda_g} \cdot r. \quad (8)$$

Hierin ist  $n = 14$ , die Zahl der Halbwellen in Richtung der Achse des Resonators,  $Q_r \approx 10^5$  die reziproke Strahlungsdämpfung des Hohlraums und  $r \approx 0,05$  der Reflexionskoeffizient am Übergangsstück. Gleichung (8) ergibt sich aus den gewöhnlichen Reflexionsformeln der Vierpoltheorie, wenn man annimmt, daß der Querschnitt des Übergangsstückes und der des Hohlraumes gleich seien. Die Impedanz der Blende ist durch die Strahlungsdämpfung ausgedrückt worden, die man aus der Differenz zwischen Leerlaufgüte und Betriebsgüte bestimmen kann.

Mit diesen numerischen Werten würde die „in den Hohlraum eingekoppelte“ Aufspaltung in der Größenordnung von 100 kHz sein. Das Unangenehme an dieser Störung ist, daß sie nicht durch die Quetschvorrichtungen des Hohlraums kompensiert werden kann, weil bei den Messungen der Hohlraum gegen die Übergangsstücke verdreht werden muß. Glücklicherweise war die wirkliche Aufspaltung viel kleiner als 100 kHz, weil die Phasen der beiden Reflexionen nicht entgegengesetzt, sondern fast gleich sind. Tatsächlich ist dann auch niemals eine Periodizität einer bestimmten Aufspaltung (hervorgerufen etwa durch eine dielektrische Probe) beobachtet worden, wenn der Hohlraum gedreht worden ist.

## 2. Die Messungen.

Zunächst ist die DK von Trollit gemessen worden, weil diese am genauesten bekannt ist. So haben wir eine Möglichkeit, die hier vorgeschlagene Methode zu prüfen. Als Proben sind dünne Scheiben von  $\lambda_g$  oder  $\lambda_g/2$  Länge und verschiedener Dicke verwendet worden. Ihre Lage innerhalb des Hohlraums ist in Abb. 1 dargestellt. Das Volumen der Proben ist durch Wägung bestimmt worden. Das spezifische Gewicht war 1,051. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 1 zusammengestellt. Für jede Probe sind zwei Messungen in zwei verschiedenen Lagen gemacht worden. Bei beiden war die vordere Kante der Probe genau eine Wellenlänge



Tabelle 1. Frequenzaufspaltung und DK von Trolitulproben verschiedener Größe.

Länge (mm)	Gewicht (mg)	$dV$ (mm <sup>3</sup> )	$dV'$ MHz	$dV''$ MHz	$dV$ MHz	$dV/dV$ MHz/cm <sup>3</sup>	$\epsilon$
36,4	1879	1787	61,6	61,8	61,7	34,5	2,536
36,4	1645	1565	55,0	54,6	54,8	35,0	2,555
36,4	1298	1235	42,4	42,4	42,4	34,4	2,533
36,4	916,5	872	30,6	30,4	30,5	35,0	2,555
36,4	641	610	21,4	21,4	21,4	35,1	2,559
18,2	458	436	15,4	15,3	15,35	35,2	2,563
18,2	321,5	306	10,8	10,6	10,7	35,0	2,554
18,2	224	213	7,45	7,35	7,4	34,8	2,546

von der Blende entfernt, jedoch ist die Probe bei der zweiten Messung um 90° versetzt eingeführt worden. Dieses Vorgehen gewährt eine Sicherheit gegen zufällige Verformungen des Resonators.

Wie man an Hand von Tabelle 1 sehen kann, bleibt die „spezifische Aufspaltung“  $dV/dV$  völlig konstant, obwohl die Volumina der Proben sich fast wie 1:10 verhalten. In der letzten Spalte ist die DK nach der Formel (4) berechnet worden mit  $f = 9220$  MHz und  $V = 229,7$  cm<sup>3</sup>. Aus diesen Werten ergibt sich als Mittel und Fehler:

$$\epsilon(\text{Trolitul}) = 2,55 \pm 0,01.$$

Dieses Ergebnis ist in sehr guter Übereinstimmung mit denjenigen, die man mit Hilfe der besten anderen Methoden erhält. Der relative Fehler ist nur 0,4%, wovon etwa 0,2% unvermeidlich sind wegen der endlichen Halbwertsbreite der Resonanzkurven. Die restlichen 0,2% setzen sich aus allen anderen Fehlermöglichkeiten zusammen: Das Volumen der Probe, die geometrische Gestalt der Probe (Planheit, richtige Länge!), die Lage der Probe und die Frequenzmessung des Hohlraumgütemessers. Das Volumen des Hohlraums, das wegen der Koppellöcher und des Skin-Effektes nicht genau definiert ist, und die Resonanzfrequenz geben Veranlassung zu einem systematischen Fehler der Ergebnisse, der jedoch klein im Vergleich zu den gerade genannten ist.

Die überraschendste Tatsache beim Anblick der Tabelle 1 ist die Abwesenheit irgendeiner sichtbaren Abhängigkeit der spezifischen Aufspaltung  $dV/dV$  von der Dicke der Probe, die zwischen 1,4 mm und 0,3 mm variiert. Effekte zweiter und noch höherer Ordnung sind noch so klein, daß sie in den Meßfehlern untergehen. Diese außerordentliche Annehmlichkeit der vorliegenden Methode wird in einem Anhang theoretisch abgeleitet werden. Die Abwesenheit eines Terms erster Ordnung in den Meßergebnissen gilt nur für eine bestimmte Lage der Probe, nämlich die, bei der die Kanten der Probe im Knoten des ungestörten elektrischen Feldes liegen. Bei der anderen ausgezeichneten Lage (Kanten im Bauch des elektrischen

Feldes) geben nur sehr dünne Proben den richtigen Wert der spezifischen Aufspaltung.

Außer mit Trolitul sind noch mit Plexiglas Messungen gemacht worden. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 2 zusammengestellt. Der Fehler der DK ist größer als der bei Trolitul. Das liegt zum Teil an den größeren Verlusten von Plexiglas, das die Güte der Resonanzen herabsetzt. Mittelwert und Fehler der DK von Plexiglas ergeben sich hieraus zu

$$\epsilon(\text{Plexiglas}) = 2,657 \pm 0,015.$$

Auch dieser Wert ist in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen anderer Messungen.

Die folgenden Messungen befassen sich mit den Verlusten von Trolitul. Die Messungen sind nach der Methode des Energieübertragungsverhältnisses für die beiden Schwingungsformen gemacht worden. Wenn wir die Quadratwurzel des Energieübertragungsverhältnisses  $A$  nennen:

$$\sqrt{\frac{P_{1,0}}{P_{0,1}}} = A,$$

so folgt aus den Gleichungen (5) und (6):

$$\lg \delta = \frac{A-1}{1-\frac{A}{2\epsilon^2}} \cdot \frac{1}{2\epsilon} \cdot Q^{-1} \cdot \frac{V}{dV}. \quad (9)$$

Tabelle 3 enthält die Resultate der Energieübertragungsmessungen. Sie sind durch Ausmessung der Höhe der Resonanzkurven auf dem Schirm der BRAUNschen Röhre gewonnen worden. Dabei muß man sich vergewissern, daß die anregenden Feldstärken für beide Schwingungsformen gleich sind. Des weiteren beruhen die quantitativen Werte der Tabelle 3 auf der Annahme, daß die Ausgangsspannung des verwendeten Germaniumkristalls proportional der auftreffenden cm-Wellen-Leistung ist. Da die Verluste von Trolitul sehr klein sind und die  $A$ 's folglich sehr nahe bei eins liegen, sind kleine Abweichungen von einer streng quadratischen Charakteristik des Kristalls zulässig.

Auch hier sind die Messungen für zwei zueinander senkrechte Lagen der Probe gemacht worden. Das ist sehr wichtig, weil die Güten des leeren Hohlraums für die beiden Polarisationen offensichtlich verschieden sind, wie an dem Unterschied der Werte  $A'$  und  $A''$  zu sehen ist. Das  $\lg \delta$  ist dann entsprechend Gl. (8) mit einem mittleren  $A$  berechnet worden. Das ist erlaubt, wenn der Unterschied der  $A$  nicht zu groß ist. Das  $Q^{-1}$ , der Reziprokwert der Betriebsgüte des leeren Resonators, ist gleich  $0,95 \cdot 10^{-4}$  gesetzt worden. Dieser Wert ist ein Mittel aus einer Reihe von Gütemessungen für verschiedene Polarisierungen.

Aus der Tabelle 3 ergibt sich der Mittelwert und der Fehler der Verluste von Trolitul bei einer Wellen-

Tabelle 2. Frequenzaufspaltung und DK von Plexiglasproben verschiedener Größe.

Länge (mm)	Gewicht (mg)	$dV$ (mm <sup>3</sup> )	$dV'$ MHz	$dV''$ MHz	$dV$ MHz	$dV/dV$ MHz/cm <sup>3</sup>	$\epsilon$
36,4	1808	1531	57,4	57,4	57,4	37,5	2,651
36,4	1560	1321	48,2	49,8	49,0	37,1	2,635
36,4	1119,5	947	36,4	36,2	36,3	38,3	2,684
36,4	723,5	621	23,0	23,4	23,2	37,4	2,645
18,2	545	462	17,5	17,5	17,5	37,9	2,665
18,2	370	313	11,8	11,9	11,85	37,9	2,664
18,2	263	223	8,25	8,55	8,40	37,7	2,659

Tabelle 3. Energieübertragungsverhältnisse und Verluste von Trolitul.

$dV$ (mm <sup>3</sup> )	$A'$	$A''$	$A$	$\lg \delta$
1787	1,21	1,13	1,17	0,00065
1756	1,21	1,16	1,18	0,00078
1235	1,20	1,13	1,16	0,00088
872	1,16	1,03	1,10	0,00077
610	1,10	1,05	1,07	0,00077
436	1,10	1,00	1,05	0,00077



Tabelle 4. Abweichungen des Gleichübertragungswinkels von  $45^\circ$  und Verluste von Plexiglas.

$dV$ (mm <sup>3</sup> )	$\beta'$ (°)	$\beta''$ (°)	$\beta$ (°)	$\text{tg } \delta$
1531	16,1	13,7	14,9	0,0097
1321	14,4	13,9	14,1	0,0101
947	11,3	12,1	11,7	0,0098
621	9,8	9,6	9,7	0,0109
462	6,6	7,6	7,1	0,0094
313	5,9	5,7	5,8	0,0106
223	4,0	3,8	3,9	0,0094

länge von  $\lambda = 3,25$  cm

$$\text{tg } \delta = 0,00077 \pm 0,00007.$$

Der relative Fehler ist kleiner als 10%. Das ist recht gut für ein Material mit so geringen Verlusten wie Trolitul.

Schließlich ist noch der Verlustwinkel von Plexiglas entsprechend der oben beschriebenen Methode des Gleichübertragungswinkels gemessen worden. Wenn wir  $\text{tg}^{-2}(45^\circ - \beta) = A$  schreiben, können wir die Gleichung (8) für die Berechnung der Verluste benutzen. In der Tabelle 4 sind Werte des Winkels  $\beta$  zusammengestellt. Mittelwert und Fehler des Tangens des Verlustwinkels von Plexiglas bei einer Wellenlänge von  $\lambda = 3,25$  cm ergeben sich zu

$$\text{tg } \delta = 0,0100 \pm 0,0005.$$

Der relative Fehler dieses Ergebnisses ist nur 5%. Es besteht jedoch noch die Möglichkeit eines systematischen Fehlers von derselben Größenordnung, wegen der Ungenauigkeit der Messung von  $Q$ , der Betriebsgüte des leeren Hohlraums [Formel (9)].

#### Anhang.

Dieser Anhang beschäftigt sich mit der Frage, ob ein Korrekturglied erster Ordnung für die spezifische Aufspaltung erwartet werden muß oder nicht. Die Messungen (Tabelle 1 und 3) suggerieren die Abwesenheit einer solchen Korrektur, jedenfalls für die spezielle Lage der Probe, die hier gewählt worden ist, nämlich daß die Kanten der Probe mit einem Knoten des elektrischen Feldes zusammenfallen.

Wenn wir die Formel (1) für die spezifische Aufspaltung hinschreiben und den Fall, wo die Probe keine Entelektrisierung hervorruft ( $E_1 = E_2$ ), so haben wir

$$\frac{df}{dV} = -(\varepsilon - 1) \cdot \frac{f}{V} \frac{E_s^2}{2E^2}, \quad (10)$$

wobei  $E_s^2$  die mittlere Feldintensität in der Probe ist. Für dünne Proben, die ein ganzzahliges Vielfaches einer halben Wellenlänge lang sind, ist der Faktor  $E_s^2/2 \cdot \bar{E}^2$  genau gleich eins. Für dickere Proben könnte das eventuell nicht mehr stimmen, weil die Wellenlänge am Ort der Probe kleiner als für den leeren Hohlraum ist und weil außerdem die Feldintensität sich verändert haben kann.

Die Änderung der Wellenlänge am Ort der Probe kann sehr einfach ausgerechnet werden. Es ist

$$\frac{d\lambda_g}{\lambda_g} = -\left(1 - \frac{m}{n}\right)(\varepsilon - 1) \frac{d}{a},$$

wobei  $m$  die Länge der Probe gemessen in Halbwellen-

längen ist.  $d$  ist die Dicke der Probe und  $a$  die Querschnittsdimension des Hohlraums.

Diese Änderung der Wellenlänge führt zu einem anderen Mittelwert der Feldintensität innerhalb der Probe  $E_s^2$ . Für die hier gewählte Lage wird der Mittelwert kleiner:

$$E_s^2 = \frac{1}{2} \cdot E_0^2 \frac{\lambda_g + d\lambda_g}{\lambda_g} = \frac{1}{2} E_0^2 \left[ 1 - \left(1 - \frac{m}{n}\right)(\varepsilon - 1) \frac{d}{a} \right]. \quad (11)$$

Hier ist  $E_0^2$  die elektrische Feldintensität in der Mitte der Probe. Wenn  $E_0^2$  genau so groß wäre, wie die maximale Feldintensität außerhalb der Probe,  $4 \cdot \bar{E}^2$ , würde dieser Effekt der Wellenlängenverkürzung zu einem Korrekturglied erster Ordnung für die spezifische Aufspaltung Veranlassung geben, d. h. die spezifische Aufspaltung würde linear mit der Dicke  $d$  der Probe abnehmen. Mit  $m = 2$ ,  $n = 14$ ,  $\varepsilon = 2,55$ ,  $a = 36$  mm und  $d = 1,4$  mm würde die relative Abnahme 5% betragen. Die Messungen der Tabelle 1 müßten für dickere werdende Proben gegen 33 MHz/cm<sup>3</sup> hin abnehmen. Das ist offensichtlich nicht der Fall. Die einzige Erklärungsmöglichkeit für dieses Phänomen ist, daß die Feldintensität  $E_0^2$  in der Probe für dickere Proben zunimmt. Tatsächlich kompensiert der Anwachs von  $E_0^2$  genau den Effekt der Wellenlängenverkürzung. Wenn man eine Störungstheorie erster Näherung für die in Abb. 1 gezeichnete Lage der Probe macht, bekommt man:

$$E_0^2 = 4 \cdot \bar{E}^2 \frac{\lambda_g}{\lambda_g + d\lambda_g}. \quad (12)$$

Wenn man die Formel (11) und (12) kombiniert, sieht man, daß sich die Korrekturterme gegenseitig aufheben. Die spezifische Aufspaltung, Gleichung (10), ändert sich nicht linear mit der Dicke der Probe. Korrekturen höherer Ordnung sind selbst für die dicksten benutzen Proben so klein, daß sie in den Meßfehlern untergehen. Die Unabhängigkeit trifft dagegen nicht für die andere ausgezeichnete Lage der Probe (Kanten im Bauch des elektrischen Feldes) zu. Mit einer Trolitulprobe von nur 1 mm Dicke wird die gemessene spezifische Aufspaltung 36,6 MHz/cm<sup>3</sup>, anstatt des Mittelwertes für die andere Lage von 34,9 MHz/cm<sup>3</sup>.

Abgesehen von einer vollständigen Störungstheorie gibt es noch eine sehr einfache Erklärung für die Tatsache, daß die Feldintensität für dickere Proben zunimmt. Wenn man sich nämlich das Feld aus wiederholt reflektierten ebenen Wellen zusammengesetzt denkt, muß das Produkt aus Energiedichte und Gruppengeschwindigkeit an jedem Querschnitt den gleichen Wert haben. Es besteht also eine Beziehung der folgenden Art:

$$E_0^2 \cdot c_{gs} = 4 \cdot \bar{E}^2 \cdot c_g, \quad (13)$$

wobei  $c_{gs}$  die Gruppengeschwindigkeit am Ort der Probe und  $c_g$  die Gruppengeschwindigkeit außerhalb der Probe ist.

Man braucht jetzt nur das Verhältnis der Gruppengeschwindigkeiten  $c_g$  und  $c_{gs}$  zu berechnen. Zu diesem Zwecke machen wir von der ganz allgemeinen Formel

$$c_{gs} = -\lambda_{gs}^2 \frac{df}{d\lambda_{gs}} \quad (14)$$

Gebrauch, wobei  $\lambda_{gs}$  die Wellenlänge am Ort der Probe



ist:

$$\lambda_{gs} = \lambda_g + d\lambda_g = \lambda_g \left[ 1 - \left( 1 - \frac{m}{n} \right) (\varepsilon - 1) \frac{d}{a} \right].$$

Wenn wir annehmen, daß  $\varepsilon$  unabhängig von der Frequenz sei, folgt sofort:

$$\frac{d\lambda_{gs}}{df} = \frac{d\lambda_g}{df} \frac{\lambda_{gs}}{\lambda_g}.$$

Wenn wir diese Beziehung in (14) einsetzen, bekommen wir:

$$c_{gs} = -\lambda_{gs} \cdot \lambda_g \cdot \frac{df}{d\lambda_g} = \frac{\lambda_{gs}}{\lambda_g} \cdot c_g.$$

Durch Kombination dieses Ergebnisses mit der Gleichung (13) finden wir für den Anwachs der maximalen Feldintensität in der Probe  $E_0^2$ :

$$E_0^2 = 4 \cdot \overline{E}^2 \frac{\lambda_g}{\lambda_{gs}}.$$

Das ist aber gerade die Beziehung, die wir ableiten wollten [Gleichung (12)].

Diese direkte Methode zur Berechnung des gestörten Feldes in der Probe kann nicht auf den Fall angewendet werden, wo die Kanten der Probe im Bauch des elektrischen Feldes liegen, weil wir die Reflexionen an den Kanten bei dieser pauschalen Überlegung vernachlässigt haben. Das ist im Rahmen der hier gewünschten Näherung nur erlaubt, wenn die Kanten der Probe in den Knoten des ungestörten elektrischen Feldes liegen.

Herrn Prof. Dr. E. MEYER und Herrn Dr. H. SEVERIN danke ich für das fördernde Interesse, das sie an dem Fortgang dieser Arbeit genommen haben.

#### *Zusammenfassung.*

In der vorliegenden Arbeit wird eine Hohlraumresonator-Methode zur Messung von Dielektrizitätskonstanten und Verlustwinkeln im Gebiet der em-

Wellen beschrieben. An Stelle eines Hohlraums mit einer einfachen Resonanz wird ein solcher mit einer einfach entarteten Resonanz benutzt. Die resultierende Frequenzaufspaltung nach Einführung der dielektrischen Probe wird als Maß für die Dielektrizitätskonstante verwandt. Einfache Beispiele für Hohlraumresonatoren mit einfach entarteten Resonanzen sind kurzgeschlossene Hohlleiterstücke mit kreisförmigem oder quadratischem Querschnitt, die in der Grundswingungsform betrieben werden. Die Lage der Probe im Hohlraum ist so, daß die ursprüngliche Symmetrie des Querschnittes zerstört wird. Daraus ergibt sich eine Aufspaltung der vorher zusammengefallenen Eigenfrequenzen. Diese Frequenzaufspaltung wird mit einem Hohlraumgütemesser (cavity Q-meter) gemessen.

Der Verlustwinkel wird durch das Verhältnis der Energieübertragung durch den Hohlraum für die beiden Schwingungsformen gemessen. Da in diese Messung jedoch die Charakteristik der verwendeten Germaniumdiode eingeht, wird eine weitere Methode für verlustreichere Materialien vorgeschlagen: Die Winkel-lage des Hohlraums bezüglich des anregenden Feldes in den Hohlleitern wird so eingestellt, daß die Energieübertragung für beide Schwingungsformen dieselbe ist. Der sogenannte „Gleichübertragungswinkel“ ist dann ein Maß für die Verluste der Probe.

**Literatur.** [1] BIRNBAUM, G. and J. FARNEAU: J. appl. Physics 20, 817 (1947). — [2] MONTGOMERY, C. G.: „Technique of Microwave measurements“ MIT Radiation Laboratory Series, Vol. 11, Sec. 6. 29, New York (1947). — [3] BETHE, H. A. u. J. SCHWINGER: NDRC Report D1-117 (März 43). — [4] MONTGOMERY, C. G., R. H. DICKE u. E. M. PURCELL: „Principles Microwave Circuits“, MIT Radiation Laboratory Series, Vol. 8, Sec. 7. 14, New York (1948).

Dr. MANFRED SCHRÖDER, III. Phys. Institut.  
Göttingen, Bürgerstraße 42.

## Optische Spannungsmessungen an Glas-Metall-Verbindungen bei höheren Temperaturen.

VON HORST HERRMANN.

Mit 5 Textabbildungen.

(Eingegangen am 29. September 1954.)

### *Einleitung.*

Bei der Herstellung von Glas-Metall-Verbindungen spielt bekanntlich die Anpassung der Wärmeausdehnung von Glas und Metall eine Rolle [1]. Ein Urteil über diese Anpassung kann man sowohl aus dem Vergleich der Ausdehnungskurven beider Werkstoffe gewinnen, als auch durch Herstellung einer Probeinschmelzung und Messung der Spannungen<sup>1</sup> im Glas in polarisiertem Licht [3]. Das letztgenannte Verfahren ist besonders dann ein sehr empfindliches Kriterium, wenn man die Glas-Spannungen nicht nur bei Zimmertemperatur mißt, sondern diese bis zur Entspannungstemperatur des Glases verfolgt. Für derartige Messungen dient die nachfolgend beschriebene Anordnung.

<sup>1</sup> Genau genommen werden nicht die Spannungen gemessen, sondern die durch die Spannungen verursachte Doppelbrechung des Glases, die als optischer Gangunterschied zweier zueinander senkrecht schwingender Teilstrahlen des polarisierten Lichtes in Erscheinung tritt. Spannungen und Gangunterschied sind gesetzmäßig miteinander verknüpft [2].

### *Meßanordnung.*

Die bisher bekannt gewordenen Geräte für die Messung von Glasspannungen bis zu Temperaturen von etwa 600° C arbeiten alle mit verhältnismäßig großen Öfen. Dadurch bedingt sind ein relativ langer Lichtweg, horizontaler Strahlengang und geringe Vergrößerung, d. h. Verwendung einer optischen Bank. Im Gegensatz dazu wurde hier versucht, einen möglichst kleinen Ofen zu bauen, der in Verbindung mit einem normalen Polarisationsmikroskop benutzt werden kann. Die Vorteile des Polarisationsmikroskopes gegenüber der optischen Bank sind kurzer Lichtweg, stärkere Vergrößerung und bequemere Handhabung. Aufbau und Abmessungen des Ofens, sowie die gesamte Meßanordnung sind aus den Abbildungen 1 und 2 ersichtlich.

Die zu untersuchende Einschmelzprobe befindet sich in der Mitte eines dickwandigen Ausgleichsrohres aus Nickel, welches für eine gleichmäßige Temperatur-



erteilung im Innern des Ofenraumes sorgt. Dicht über der Probe sitzt ein Thermoelement zur Messung der Temperatur. Um zu vermeiden, daß die im Ofen erhitzte Luft nach oben steigt, und so eine Strömung entsteht (Kaminwirkung), wird der Ofenraum beiderseits durch Quarzscheiben abgeschlossen.

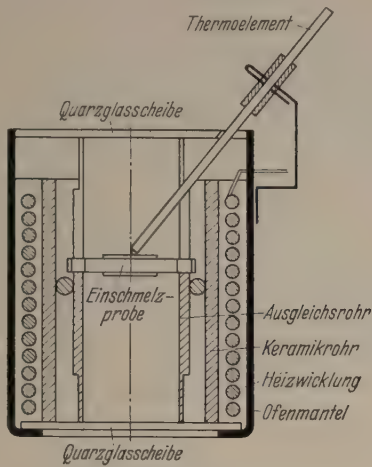


Abb. 1. Ofen zur Erhitzung der Einschmelzproben (Schnittzeichnung, Maßstab ca. 1:1,5).

Um die Einstellung des Mikroskopes auf die Probe zu erleichtern, ist der Ofen in seiner Halterung sowohl um seine Längsachse, als auch um seine Querachse drehbar. Bei 10—15-facher Vergrößerung ist die Ausladung des Polarisationsmikroskopes groß genug, um den Ofen über dem Mikroskoptisch bequem unterzubringen. Durch die aus Abb. 2 ersichtliche Neigung

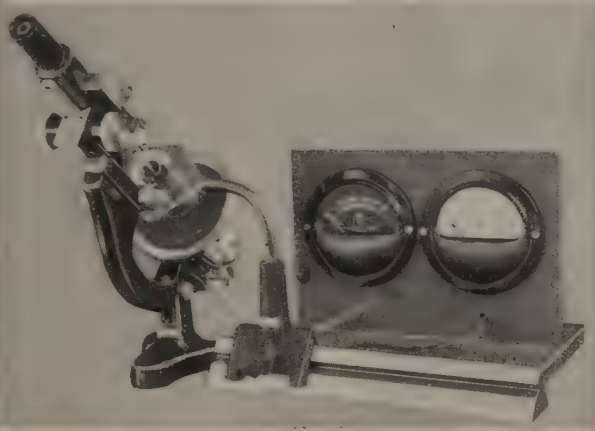


Abb. 2. Anordnung für optische Spannungsmessungen an Glas-Metallverbindungen bei höheren Temperaturen.

der Mikroskopachse gegen die Senkrechte soll eine Erwärmung der Linsen des Mikroskopes vermieden werden. Bei Ofentemperaturen über 300° empfiehlt es sich außerdem, den Ofen nach jeder Ablesung aus dem Mikroskop herauszufahren, was durch Montage auf einer Gleitschiene leicht zu ermöglichen ist.

Die beiden Meßinstrumente, die auf Abb. 2 zu sehen sind, dienen zur Anzeige von Ofenstrom und Temperatur.

Ein Vorteil des kleinen Ofens ist seine geringe Wärmekapazität. Er reagiert sehr schnell auf Änderungen des Ofenstromes, so daß man auch rasche Temperaturänderungen (bis ca. 20°/min.) vornehmen kann. Die maximale Erhitzungs- und Abkühlungsgeschwindigkeit, die für Spannungsmessungen in Abhängigkeit von

der Temperatur in Frage kommt, darf natürlich nur so groß sein, daß weder innerhalb der Einschmelzprobe (insbesondere zwischen Glas und Metall), noch zwischen Probe und Thermoelement Temperaturunterschiede auftreten. Bis zu welcher Erhitzungs- und Abkühlungsgeschwindigkeit diese Forderung erfüllt ist,

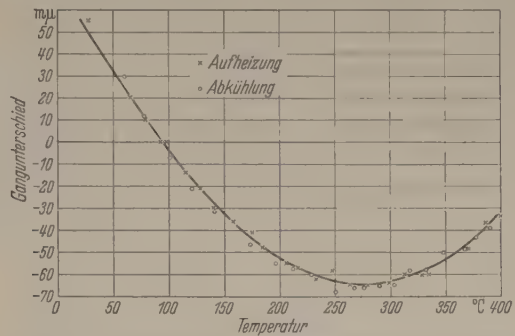


Abb. 3. Gangunterschied in Abhängigkeit von der Temperatur für die Verbindung NiFe/Weichglas.

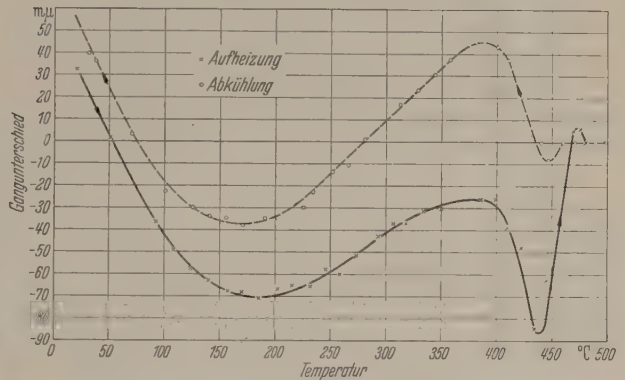


Abb. 4. Gangunterschied in Abhängigkeit von der Temperatur für die Verbindung FeNiCo/Hartglas.

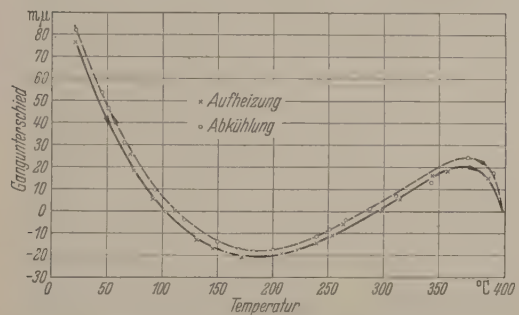


Abb. 5. Gangunterschied in Abhängigkeit von der Temperatur für die Verbindung FeNiCo/Hartglas.

läßt sich leicht an Hand einer Meßreihe überprüfen, bei der man die Aufheizung der Einschmelzprobe vor Erreichen der Entspannungstemperatur des Glases abbricht. Liegen dann die bei der Aufheizung und Abkühlung gewonnenen Meßpunkte auf der gleichen Kurve, so war die Temperaturverteilung gleichmäßig. Abb. 3 zeigt eine solche Kurve. Die Temperaturänderung erfolgte mit 3°/Minute. Wäre ein Temperaturunterschied zwischen Probe und Thermoelement vorhanden, so müßte die Abkühlungskurve gegen die Erhitzungskurve um den doppelten Betrag des Temperaturunterschiedes verschoben sein.

Von großer Bedeutung für alle Glas-Metall-Verbindungen ist die schon erwähnte Entspannungstemperatur des Glases. Darunter ist diejenige Temperatur zu



verstehen, bei der ein verspanntes Glasstück innerhalb kurzer Zeit (ca. 15 Minuten) spannungsfrei wird. Oberhalb dieser Temperatur können sich keine Spannungen mehr ausbilden. Daraus ergeben sich einige für die hier beschriebenen Messungen wichtige Folgerungen. So ist z. B. bei der Erhitzung einer Einschmelzprobe die Kurve der Glasspannungen unabhängig von der Erhitzungsgeschwindigkeit, (gleichmäßige Temperaturverteilung vorausgesetzt), aber abhängig von der Vorbehandlung der Probe, d. h. also von der vorangegangenen Temperung.

Erreicht oder überschreitet man dagegen bei der Messung die Entspannungstemperatur, so wird die „Vorgeschichte“ der Einschmelzung ausgelöscht; die Abkühlungskurve ist dann in starkem Maße von der Abkühlungsgeschwindigkeit abhängig und kann von der Aufheizungskurve sehr verschieden sein. Ein solches Beispiel ist in Abb. 4 zu sehen.

Abb. 5 gibt eine Messung wieder, bei der die Entspannungstemperatur gerade erreicht wurde, wobei jedoch die Verweilzeit auf dieser Temperatur nicht aus-

reichte, um die Vorgeschichte der Einschmelzung ganz auszulöschen. Die Abkühlungskurve zeigt deshalb nur eine kleine Verschiebung in Richtung höherer Spannungen.

Auf weitere Einzelheiten soll an dieser Stelle nicht eingegangen werden.

#### Zusammenfassung.

Zur Durchführung von optischen Spannungsmessungen an Glas-Metall-Verbindungen bis zur Entspannungstemperatur des Glases wurde ein kleiner Ofen gebaut, der in Verbindung mit einem Polarisationsmikroskop benutzt werden kann. Die Meßanordnung wird beschrieben und einige erste Ergebnisse mitgeteilt.

**Literatur.** [1] ESPE, E.: *Feinmechanik u. Präzision*, 47, 225, 247 u. 257 (1939). — [2] FÖPPL, L., u. E. MÖNCH: *Prakt. Spannungsoptik*, Berlin, 1950. — [3] HERRMANN, H.: *Glas- u. Hochvakuumtechnik*, 2, 189 (1953).

Dipl. Phys. HORST HERRMANN  
in Firma Vacuumschmelze AG Hanau.

## Die positive Säule bei veränderlichem Entladungsstrom.

Von TH. WASSERRAB, Baden bei Zürich.

Mit 2 Textabbildungen.

(Eingegangen am 22. September 1954.)

Die Vorgänge in stationären Niederdruck-Gasentladungen sind durch die klassischen Theorien von W. SCHOTTKY [1] bzw. L. TONKS und I. LANGMUIR [2] weitgehend aufgeklärt worden. Die Untersuchung zeitlich veränderlicher Entladungen ist dagegen bisher noch völlig in den Anfängen, obwohl im Hinblick auf verschiedene technische Anwendungen eine genauere Kenntnis der Zusammenhänge sehr erwünscht wäre. Angesichts der jedoch bereits bei stationären Entladungen recht komplizierten Verhältnisse erscheint die Untersuchung der zeitlich veränderlichen Entladungen als ein überaus schwieriges Vorhaben; insbesondere, wenn man die Vorgänge möglichst allgemeingültig zu behandeln sucht. Eine Feststellung, welche durch einen diesbezüglichen Versuch von B. GRANOVSKI [3] bestätigt wird. Für verschiedene technische Probleme ist indessen eine derart allgemeingültige Darstellung nicht notwendig, vielmehr ist eine möglichst einfache und übersichtliche Beschreibung erwünscht. Eine solche Darstellung, welche an die SCHOTTKYSche Theorie der stationären Diffusions-Säule anknüpft und unter Vernachlässigung gewisser Vorgänge, z. B. der Energieabgabe durch Strahlung, nur eine erste Näherung anstrebt, soll im folgenden gegeben werden.

### 1. Die Aufstellung der Differentialgleichung.

W. SCHOTTKY legte seiner Theorie der positiven Säule zwei Annahmen zugrunde:

1. Die Erzeugung von Ladungsträgern sollte der Elektronendichte  $N$  direkt proportional sein,
2. die Ladungsträgerverluste sollten lediglich durch Rekombination an der Gefäßwandung entstehen.

Unter diesen Voraussetzungen ergab sich für die mittlere Lebensdauer eines Ladungsträgers [4]

$$\tau = \frac{R^2 p}{5,8 D_{a1}} \quad (1)$$

eine Abhängigkeit von der Geometrie (Radius  $R$ ) und vom Gasdruck  $p$  ( $D_a = D_{a1}/p$  bezeichnet den Koeffizienten der ambipolaren Diffusion). Mittels der Trägerlebensdauer kann die pro Zeit- und Volumeneinheit zur Wand abwandernde Trägerzahl durch

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{Verlust}} = N/\tau \quad (2)$$

ausgedrückt werden. Berücksichtigt man, daß diesem Trägerverlust im stationären Zustand eine gleich große Trägererzeugung entsprechen muß

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{Verlust}} = \left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{Erzeugung}}, \quad (3)$$

dann erhält man pro Volumeneinheit die Leistungsbilanz

$$jG = eU_j N/\tau \quad (4)$$

in welcher die zugeführte Leistung (Stromdichte  $j$ , Gradient  $G$ ) der für die Trägerbildung pro Zeiteinheit erforderlichen Ionisierungsenergie (Ionisierungsspannung  $U_j$ ) gleichgesetzt ist. Da überdies in jeder Gasentladung für die Entladungsstromdichte die Gleichung

$$\frac{G}{j} = (e b_- N)^{-1} \quad (5)$$

gilt, wobei  $b_- = b_{-1}/p$  die Elektronenbeweglichkeit bezeichnet, so sind damit die erforderlichen Ausgangsgleichungen gewonnen, um die Abhängigkeit des Gradienten und der Stromdichte von den übrigen



Kenngrößen darstellen zu können. Multipliziert man nämlich die Gleichungen (4) und (5) miteinander, so erhält man unter Berücksichtigung von (1) und (2) für den Gradienten die Beziehung

$$GR = [5,8 U_j D_{a_1} / b_{-1}]^{1/2}, \quad (6)$$

wonach der Gradient wesentlich von den Abmessungen des Entladungsgefäßes (Radius  $R$ ), dagegen nicht vom Gasdruck  $p$  bzw. der Stromdichte  $j$  abhängt.

Dividiert man die Gleichungen (4) und (5) durcheinander, so erhält man, wiederum mit Berücksichtigung von (1) und (2),

$$\frac{N}{j} = (Rp) (5,8 e^2 b_{-1} U_j D_{a_1})^{-1/2}, \quad (7)$$

wonach die Ladungsträgerdichte bei vorgegebener Gefäßgeometrie und konstantem Gasdruck lediglich von der Stromdichte abhängig ist.

Die SCHOTTKYSche Theorie der stationären positiven Säule führt demnach auf die zwei charakteristischen Gesetzmäßigkeiten:

1. Der Gradient ist von der Stromdichte unabhängig;

2. Die Ladungsträgerdichte ist proportional der Stromdichte.

Versucht man mittels dieser im stationären Falle gültigen Gesetzmäßigkeiten die Vorgänge bei zeitlich veränderlichem Entladungsstrom zu beschreiben, so bietet sich für eine erste Näherung folgender Weg:

Eine exakte Beschreibung der Vorgänge müßte mittels einer partiellen Differentialgleichung erfolgen. Da jedoch bereits früher gezeigt wurde [5], daß bei zeitlich veränderlichen Vorgängen in Plasmen der örtliche Trägerdichte-Verlauf relativ unbeeinflusst bleibt und sich nur die Absolutwerte ändern, so soll hier auf die Berücksichtigung der örtlichen Abhängigkeit von vornherein verzichtet werden. Das Problem reduziert sich dann auf die Beschreibung des zeitlichen Verlaufes der Trägerdichte in Abhängigkeit vom Verlauf der Stromdichte, wobei bei allen wichtigen technischen Anwendungen der Verlauf der Entladungsstromstärke nach Größe und zeitlicher Funktion durch den äußeren Entladungskreis eindeutig erzwingen ist.

Die Verteilungsfunktion der Ladungsträger über den Gefäß-Querschnitt ist bei der normalen positiven Säule weitgehend von der Stromdichte unabhängig. Auch die Art des Ionisierungsvorganges, ob ein- oder zweistufige Ionisierung vorherrscht, ändert, wie E. SPENKE [6] gezeigt hat, die örtliche Trägerverteilung praktisch nicht. Die Trägerverluste, welche durch die Diffusion der Ladungsträger zur Wand verursacht werden, sind daher neben den Gefäßabmessungen und dem Gasdruck, in erster Linie von der Ladungsträgerdichte selbst abhängig und lassen sich mittels der Gleichungen (1) und (2) sofort anschreiben

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{Verlust}} = N \left(\frac{5,8 D_{a_1}}{R^2 p}\right). \quad (8)$$

Im stationären Zustand halten sich die Ladungsträgererzeugung und -Vernichtung das Gleichgewicht

$$\frac{dN}{dt} = 0 = \left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{Erzeugung}} - \left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{Verlust}}. \quad (3')$$

Damit kann die Erzeugung der Ladungsträger pro

Zeit- und Volumeneinheit

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{Erzeugung, stationär}} = \frac{N}{\tau} \quad (9)$$

mittels (7) in eine direkte Beziehung zur jeweiligen Stromdichte gebracht werden:

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{Erzeugung}} = \frac{1}{R} \left(\frac{5,8 D_{a_1}}{e^2 b_{-1} U_j}\right)^{1/2} \cdot j = A \cdot j \quad (10)$$

(mit  $A$  als Abkürzung).

Wenn in einer Entladung das bisher vorausgesetzte Gleichgewicht von Ladungsträgererzeugung und -Vernichtung gestört wird, dann muß offenbar eine zeitliche Änderung der Ladungsträgerdichte entstehen:

$$\frac{dN}{dt} = \left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{Erzeugung}} - \left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{Verlust}} = A j - \frac{N}{\tau} \neq 0. \quad (11)$$

Wird diese Störung im besonderen durch eine Änderung der Stromdichte bewirkt, so muß sich die Entladung durch Änderung der Ladungsträgerdichte der Stromdichte anzupassen suchen. Dies kann offenbar nur durch eine Änderung in der Trägererzeugung geschehen, da wie oben gezeigt wurde, die Vernichtung der Ladungsträger lediglich eine zwangsläufige Funktion der jeweils bereits vorhandenen Ladungsträger darstellt. Mit anderen Worten stellt in obiger Gleichung der Ausdruck für die Trägererzeugung den aktiven, der Ausdruck für den Trägerverlust dagegen den passiven Faktor dar. Wünscht man den zeitlichen Verlauf der Ladungsträgerdichte in Abhängigkeit von einem vorgegebenen zeitlichen Verlauf der Stromdichte  $j(t)$  zu beschreiben, so wird man Gleichung (11) in der Form

$$\frac{dN}{dt} + \frac{1}{\tau} N = A j(t) \quad (12)$$

anschreiben. Diese Differentialgleichung, in welcher die Stromdichte  $j$  die unabhängige und die Ladungsträgerdichte  $N$  die abhängige Veränderliche darstellen, besitzt den gleichen Aufbau, wie die in der Elektrotechnik gut bekannte Differentialgleichung für den Einschaltvorgang eines aus Widerstand und Induktivität gebildeten Stromkreises. Die Lösungen dieser Differentialgleichung sind daher wohl bekannt, so daß die Ergebnisse unmittelbar angegeben und diskutiert werden können.

## 2. Die positive Säule bei momentanen Stromänderungen.

Betrachtet man zuerst den Fall einer momentanen Stromsteigerung, so liefert obige Differentialgleichung (12) für den Verlauf der Trägerdichte:

$$N = N_0 \cdot e^{-t/\tau} + N_\infty (1 - e^{-t/\tau}) = N_\infty \left[1 - \frac{\Delta N}{N_\infty} e^{-t/\tau}\right], \quad (13)$$

wobei  $N_0$  die Trägerdichte vor dem Schaltvorgang,  $N_\infty$  die Trägerdichte nach dessen Abklingen und  $\Delta N = N_\infty - N_0$  deren Differenz bezeichnet. In Abb. 1 ist der Trägerdichteverlauf in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Mittels (5) kann aus dem Verlauf von Stromdichte und Trägerdichte sofort der zeitliche Verlauf des Gradienten ( $G = \text{prop. } \frac{j}{N}$ ) ermittelt werden, der in Abb. 1 gleichfalls eingetragen ist. Hier wird die Unzulänglichkeit der Theorie offenbar, weil



diese von einem (im stationären Zustand) konstanten Gradienten ausging. Merkbliche Änderung des Gradienten führt jedoch zu einer Änderung der Ionisierungsbedingungen und damit zu komplizierteren Verhältnissen als in obiger Differentialgleichung beschrieben.

Analoge Verhältnisse ergeben sich bei momentaner Stromsenkung: Der Trägerdichteverlauf wird gleichfalls durch (13) beschrieben und auch hier folgt die Trägerdichte verzögert dem Stromverlauf, wodurch eine vorübergehende Änderung des Gradienten auftritt.

Da die Elektronen des Plasmas ihre Bewegungs-Energie dem elektrischen Feld entnehmen, so beeinflusst jede Änderung des Gradienten auch die Elektronentem-

peratur und damit die Ladungsträger-Erzeugung. Die bei der Stromsteigerung auftretende Gradienten-Vergrößerung wird deshalb einen schnelleren Anstieg der Trägerdichte ermöglichen ( $\tau_1 < \tau$ ) während bei der Stromsenkung infolge der Verringerung des Gradienten, vorübergehend die Trägererzeugung stark absinkt ( $\tau_2 \approx \tau$ ). (Es sei erwähnt, daß auch die ambipolare Diffusion von der Elektronentempe-

Man wird die Größe der vorübergehenden Gradientenänderung  $\Delta G/G$  (bezogen auf den stationären Wert) als ein Maß dafür betrachten können, inwiefern die der Theorie zugrunde gelegten Annahmen auch tatsächlich zutreffen. Kleine Stromänderungen und insbesondere Stromsenkungen werden demnach mit dem Ansatz (12) durchaus in erster Näherung behandelt werden können. Größere momentane Stromsteigerungen erheischen jedoch eine Berücksichtigung der Änderung der Elektronentemperatur und damit eine mathematisch erheblich schwierigere nichtstationäre Theorie. In denjenigen Fällen, wo  $\Delta G < G$  gilt, wird man dagegen mit Vorteil von dem einfachen Ansatz (12) Gebrauch machen. Um den begrenzten Gültigkeitsbereich dieser Darstellung klar zum Ausdruck zu bringen, soll sie als „quasistationäre Theorie“ bezeichnet werden.

### 3. Die positive Säule bei stetigen Stromänderungen.

Bei den praktischen Anwendungen der Niederdruck-Gasentladungen, insbesondere in der Stromrichtertechnik, erfolgen die Stromänderungen nicht momentan, sondern infolge der in den Kommutierungskreisen stets vorhandenen Induktivitäten nur mit endlicher Geschwindigkeit ( $di/dt \approx 10^5 \dots 10^7$  [A/sec]). Außerdem interessieren weniger die Vorgänge beim Stromanstieg als vielmehr bei der Stromsenkung, insbesondere im Augenblick des Erlöschens der Entladung (Löschzeitpunkt). Weil die Trägererzeugung gemäß (10) der Stromstärke proportional ist, so nimmt sie bei einer Stromsenkung gleichfalls ab. Die Trägerbilanz wird dann vornehmlich von dem Anteil der Trägervernichtung bestimmt werden. Die Vorgänge während einer „stetigen“ Stromsenkung („Partielle Entionisierung“ genannt) eignen sich bevorzugt für eine Darstellung mittels der „quasistationären“ Theorie, weil bei langsamer Stromsenkung die Beeinflussung des Gradienten und bei schneller Stromsenkung der Anteil der in dem sehr kurzen Zeitbereich erzeugten Träger vernachlässigbar klein bleibt.

Während der Kommutierung zweier Phasen eines Stromrichters verläuft der Anodenstrom der abgelösten Phase innerhalb der sogenannten Überlappungsdauer  $\delta$  von seinem Höchstwert nach Null (siehe Abb. 2). Der Stromverlauf kann in dieser Zeit durch eine cos-Kurve angenähert werden, womit die Differentialgleichung (12)

$$\frac{dN}{dt} + \frac{N}{\tau} = A \cos \omega t \quad (15)$$

geschrieben werden kann. Ihre Integration ergibt für den zeitlichen Verlauf der Trägerdichte

$$N = N(0) \{ e^{-t/\tau} + [\cos(\omega t - \varphi) - \cos \varphi e^{-t/\tau}] [1 + (\omega t)^2]^{-1/2} \} \quad (16)$$

(mit der Abkürzung  $\tan \varphi = \omega \tau$  und der Anfangsbedingung

$$t = 0: \frac{dN}{dt} = 0, \text{ welche } A = N(0)/\tau \text{ ergibt),}$$

wobei die dem Anodenstrom-Scheitelwert entsprechende Trägerdichte vor der Kommutierung mit  $N(0)$  bezeichnet wird. Im besonderen erhält man für die partielle Entionisierung am Ende der Kommutierungs-

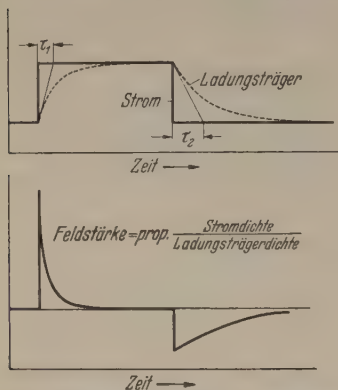


Abb. 1. Zeitlicher Verlauf von Feldstärke und Ladungsträgerdichte bei unstetiger Stromänderung.

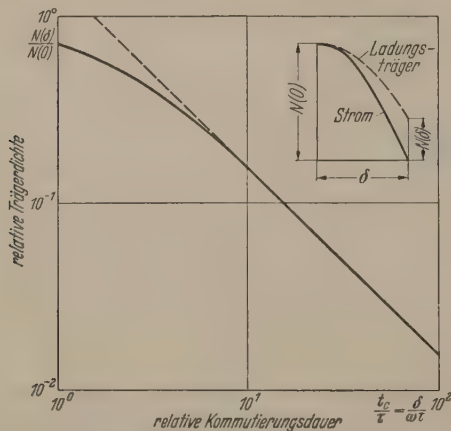


Abb. 2. Relative Trägerdichte in Abhängigkeit von der relativen Kommutierungsdauer.

ratur beeinflusst wird, die Abhängigkeit ist aber nur linear — die Trägererzeugung hängt dagegen exponentiell von der Elektronentemperatur ab.) Dieses verschiedene schnelle Ansteigen und Absinken der Trägerdichte bei momentaner Stromänderung wurde von B. T. BARNES [7] tatsächlich experimentell festgestellt.

Ein Grenzfall der momentanen Stromsenkung, die Stromunterbrechung, ist bereits früher experimentell [8] und theoretisch [9] untersucht worden. Es ergab sich für den Trägerdichte-Verlauf des Entionisierungsvorganges

$$N = N_0 e^{-t/\tau}, \quad (14)$$

ein Ergebnis, das für  $N_\infty = 0$  sofort aus (13) folgt.



dauer ( $\omega t_c = \delta = \pi/2$ )

$$N(\delta) = N(0) \left\{ e^{-\delta/\omega\tau} + [1 + (\omega\tau)^2]^{-1/2} \times \left[ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) - \cos\varphi \cdot e^{-\delta/\omega\tau} \right] \right\}. \quad (17)$$

In Abb. 2 ist die relative Trägerdichte  $N(\delta)/N(0)$  in Abhängigkeit von der relativen Überlappungsdauer  $t_c/\tau$ , bezogen auf die Trägerlebensdauer  $\tau$ , graphisch dargestellt.

Besonders übersichtlich werden die Verhältnisse, wenn man die Grenzfälle sehr langsamer bzw. schneller Kommutierung betrachtet.

1. Sehr langsame Kommutierung:  $\frac{t_c}{\tau} = \frac{\delta}{\omega\tau} \gg 1$ .

Gleichung (17) vereinfacht sich wegen  $e^{-\delta/\omega\tau} \ll 1$  und  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \sin\varphi \approx \tan\varphi = \omega\tau = \frac{\pi}{2} \frac{\tau}{t_c} \ll 1$  zu

$$\frac{N(\delta)}{N(0)} = \frac{\pi}{2} \frac{\tau}{t_c}. \quad (18)$$

Die relative Trägerdichte  $N(\delta)/N(0)$  ist demnach im Falle langsamer Kommutierung der relativen Überlappungsdauer umgekehrt proportional. Weil jedoch die Stromänderung im Löschzeitpunkt gleichfalls der Überlappungsdauer umgekehrt proportional ist, so kann man (18) auch

$$\frac{N(\delta)}{N(0)} = \text{prop.} \left( \frac{di}{dt} \right)_\delta \quad (19)$$

schreiben. Ein Ergebnis, das auch bereits experimentell ermittelt worden ist [10].

2. Sehr schnelle Kommutierung:  $\frac{t_c}{\tau} = \frac{\delta}{\omega\tau} \ll 1$ .

$$\frac{N(\delta)}{N(0)} \approx 1. \quad (20)$$

In diesem Falle bleibt die Trägerdichte praktisch ungeändert; die graphische Darstellung (Abb. 2) läßt gut erkennen, wie die allgemeine Lösung (17) asymptotisch in die beiden Grenzfälle übergeht.

Die experimentelle Ermittlung von  $N(\delta)$  erfolgt mit Hilfe des Scheitelwertes der Nachstromdichte  $\hat{j}_+$  und der Beziehung

$$N(\delta) = \frac{4}{e w_+} \hat{j}_+ = 2,45 \cdot 10^{16} (T_+)^{-1/2} \hat{j}_+. \quad (21)$$

Die Genauigkeit des Ergebnisses ist demnach davon abhängig wie genau die Ionentemperatur  $T_+$  bekannt ist. F. L. MOHLER [11] hat experimentell die Beziehung

$$N(\delta) = 1,18 \cdot 10^{15} \hat{j}_+ \quad (22)$$

gefunden, welche man aus (21) erhält, wenn man eine Ionentemperatur von  $T_+ \approx 4,5 \cdot 10^2$  [°K] annimmt. MOHLER vermutet, daß die Ionentemperatur sofort nach dem Erlöschen der Entladung auf die Neutralgastemperatur absinkt. In Stromrichtern wird man jedoch, weil die Bauteile des Anodenraumes in der Regel strahlungsgekühlt sind, mit einer Ionentem-

peratur von etwa  $10^3$  [°K] rechnen, womit man

$$N(\delta) \approx 8 \cdot 10^{14} \hat{j}_+ \quad (23)$$

erhält.

Schluß.

Die stationäre Entladung ist durch konstante Trägerdichte gekennzeichnet ( $\frac{dN}{dt} = 0$ ). Während des Entionisierungsvorganges, nach dem Erlöschen der Entladung, wird der zeitliche Verlauf der Trägerdichte lediglich durch den Wandverlust bestimmt und kann deshalb mittels der Trägerlebensdauer beschrieben werden ( $\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau}$ ). Bei brennenden Entladungen ist jedoch stets auch die Trägererzeugung zu berücksichtigen. Im stationären Falle muß sie der Trägervernichtung das Gleichgewicht halten und kann deshalb sofort angeschrieben werden. Im Falle veränderlicher Stromstärke findet man die Trägerbilanz  $\frac{dN}{dt} = A(T_-)j - \frac{N}{\tau}$ , wobei die Trägererzeugung der Stromdichte proportional ist und von der Elektronentemperatur stark beeinflusst wird. Der Trägerverlust ist dagegen stets der vorhandenen Trägerdichte proportional. Es wurde gezeigt, daß in gewissen, praktisch interessanten Fällen die Änderungen der Elektronentemperatur in erster Näherung vernachlässigt werden können und dadurch eine sehr einfache und übersichtliche Beschreibung (quasistationäre Theorie) erhalten wird ( $\frac{dN}{dt} + \frac{N}{\tau} = A(j(t))$ ); diese wird auf die Untersuchung des Trägerdichteverlaufes während des Kommutierungsvorganges bei Quecksilberdampf-Stromrichtern angewandt, wobei das erhaltene Resultat in guter Übereinstimmung mit dem Experiment befunden wird.

Zusammenfassung.

Eine Betrachtung von zeitlich veränderlichen Niederdruck-Gasentladungen zeigt, daß eine sehr einfache und übersichtliche Beschreibung möglich ist, wenn die zeitliche Änderung der Elektronentemperatur dabei vernachlässigt werden kann. Unter dieser Voraussetzung wird eine „quasistationäre“ Theorie entwickelt und mit deren Hilfe der zeitliche Verlauf der Trägerdichte während der Kommutierung eines Quecksilberdampf-Stromrichters berechnet. Das Ergebnis wird in guter Übereinstimmung mit der Messung befunden.

**Literatur.** [1] SCHOTTKY, W.: Phys. Z. 25, 342 u. 635 (1924). — [2] TONKS, L. und I. LANGMUIR: Phys. Rev. 34, 876 (1929). — [3] GRANOVSKY, B.: Journ. of Physics (USSR) 3, 195 (1940). — [4] SOMMERMEYER, K.: Phys. Z. 34, 582 (1933). — [5] SPENKE, E. und M. STEENBECK: Wiss. Veröff. Siemens 15, 18 (1936). — [6] SPENKE, E.: Z. Phys. 127, 221 (1950). — [7] BARNES, B. T.: Phys. Rev. 86, 351 (1952). — [8] MIERDEL, G.: Z. Phys. 121, 574 (1943). — [9] WASSERRAB, TH.: Wiss. Veröff. Siemens-Werke 19, 1 (1940). — [10] LUDWIG, E. H.: Z. angew. Phys. 7, 17 (1955). — [11] MOHLER, F. L.: Journ. Research NBS 19, 559 (1937).

Prof. Dr. TH. WASSERRAB,  
Brown, Boveri u. Cie., Baden bei Zürich.



## Der Einfluß der Inhomogenität eines Plasmas auf seine Resonanzfrequenz.

Von AUGUST ESPRESTER und ALBERT HAUG.

Mit 2 Textabbildungen.

(Eingegangen am 5. Oktober 1954.)

Im Plasma einer Niederdruckgasentladung können bekanntlich Elektronenschwingungen auftreten, deren Frequenz  $\omega_0$  nach TONKS und LANGMUIR [1] der Gleichung

$$\omega_0^2 = \frac{e^2 N}{m \epsilon_0} \quad (1)$$

( $e$  = Ladung,  $m$  = Masse des Elektrons;  $N$  = Anzahl der Elektronen pro  $\text{cm}^3$ ;  $\epsilon_0$  = Dielektrizitätskonstante des Vakuums; praktisches Maßsystem!) genügt. Diese Beziehung wurde in zahlreichen Messungen qualitativ gut bestätigt; jedoch ergaben sich mehrmals quantitative Unstimmigkeiten in dem Sinne, daß die gemessenen Resonanzfrequenzen um einen Faktor 2 bis 8 mal kleiner waren [2], [3], [4], [5] als die theoretischen nach (1). Da dieser Formel ein homogenes Plasma ( $N = \text{const}$ ) zugrunde liegt, erhebt sich die Frage, ob diese Diskrepanz auf die Inhomogenität der Trägerdichte im Plasma zurückzuführen ist, die bei den üblichen Plasmen infolge des Einflusses der Begrenzungen stets mehr oder minder stark in Erscheinung tritt.

Bereits TONKS [2] und SIGRIST [3] haben diese Inhomogenität in Rechnung gezogen. Eingehender hat SCHUMANN [6] bei der Deutung des Phänomens der schwingenden Schichten im Plasma ihren Einfluß untersucht. In jedem Fall werden jedoch — wenn auch aus verschiedenen Gründen — nur Inhomogenitäten in Richtung des Wechselfeldes, das zum Nachweis der Resonanz angelegt wird, berücksichtigt. Wenn man, wie es im folgenden geschehen soll, die am eingehendsten untersuchten zylindrischen Versuchsanordnungen<sup>1</sup>, wie sie etwa von HÖSS [4] und HAUG [5] verwendet wurden, zugrunde legt, so bedeutet dies, daß nur axiale Inhomogenitäten der Elektronendichte erfaßt werden. Quantitativ weit überwiegend und daher im vorliegenden Falle von weit größerer Bedeutung ist aber die Änderung der Elektronendichte in radialer Richtung, die nach SCHOTTKY [7] nach einer BESSELFunktion nullter Ordnung verläuft.

Es soll daher hier der Einfluß einer radialen Inhomogenität der Elektronendichte auf die Resonanzfrequenz des Plasmas untersucht werden. Da bei den erwähnten Unstimmigkeiten zwischen Theorie und Experiment die Auswertung der LANGMUIR-Beziehung (1) gewöhnlich in der Weise erfolgte, daß für die (in Wirklichkeit veränderliche) Trägerdichte  $N$  deren aus Sondenmessungen bekannter Wert in der Achse  $N = N_0$  eingesetzt wurde, interessiert insbesondere der Unterschied zwischen der Resonanzfrequenz eines radial inhomogenen Plasmas und der eines homogenen; dessen Dichte gleich der Achsendichte des inhomogenen Plasmas ist. Außerdem soll auch die Dämpfung, die bei der Ableitung von Gl. (1) und in den zitierten Arbeiten vernachlässigt wurde, mitberücksichtigt werden. Unter Resonanz ist dabei — in Überein-

stimmung mit den Meßverfahren — Phasengleichheit zwischen Strom und Spannung im Plasma zu verstehen. Man erhält also die Resonanzfrequenz aus der Bedingung, daß der Imaginärteil des Leitwerts des Plasmas verschwindet.

Für die komplexe Leitfähigkeit  $\sigma$  eines ionisierten Mediums in einem Wechselfelde der Frequenz  $\omega$  folgt aus dem Bewegungsgesetz der Elektronen unter Berücksichtigung ihrer MAXWELL-Verteilung im Plasma [8]<sup>1</sup>

$$\sigma = \frac{e^2 N}{m} \frac{z}{z^2 + \omega^2} + i \omega \left( \epsilon_0 - \frac{e^2 N}{m} \frac{1}{z^2 + \omega^2} \right) \quad (2)$$

( $z$  = Anzahl der Stöße pro sec).

Dabei gilt für die betrachteten Entladungen, daß  $N$  und  $z$  durch die Gleichstromverhältnisse, die Randbedingungen und die Temperatur festgelegt sind, während das Wechselfeld so klein angenommen wird, daß sich dadurch  $N$  und  $z$  nicht wesentlich ändern. Bei konstantem  $N = N_0$  und bei Vernachlässigung der Dämpfung ( $z^2/\omega^2 \ll 1$ ) ergibt sich unmittelbar aus (2) im Resonanzfalle die LANGMUIR-Beziehung (1). Berücksichtigt man dagegen die Veränderlichkeit von  $N$  in radialer Richtung, so hat man zunächst den gesamten Leitwert  $G$  des zylindrischen Plasmas zu bilden. Da das Wechselfeld axiale Richtung hat, sind dazu die Leitfähigkeiten der einzelnen Volumenelemente über den Querschnitt des Plasmas vom Radius  $R$  zu summieren bzw. integrieren und durch seine Länge  $L$  zu dividieren. So erhält man:

$$G = \frac{2\pi}{L} \int_0^R \sigma r dr. \quad (3)$$

Die Resonanzfrequenz eines solchen Plasmas ergibt sich dann aus dem Verschwinden des Imaginärteils von  $G$ .

Um ein umfassendes Bild vom Einfluß einer Inhomogenität des Plasmas zu bekommen, beschränken wir uns im folgenden nicht auf die aus der SCHOTTKYschen Theorie sich ergebende Elektronendichteverteilung nach einer BESSELFunktion, zumal auch bei deren Ableitung einige Vernachlässigungen gemacht wurden [11], [12] und vor allem die Frage der Randbedingung umstritten ist [13], [14]. Vielmehr betrachten wir als mögliche Abwandlungen dieses Verlaufes außerdem Potenzfunktionen und schließlich GAUSSsche Kurven, da unter dem Einfluß des Eigenmagnetfeldes des Entladungsstroms die Dichtefunktion einen derartigen Charakter annehmen kann [13], [15] (vgl. Anhang). Dabei soll die Berechnung nur für den Fall der Potenzfunktionen wiedergegeben werden, in dem sich alle wesentlichen Punkte am einfachsten darstellen lassen.

Die radiale Abhängigkeit der Elektronendichte sei also durch

$$N(r) = N_0 + \frac{N_R - N_0}{R^k} r^k \quad (4)$$

<sup>1</sup> Bei diesen Versuchsanordnungen brennt der Bogen zwischen zwei ebenen, zur Zylinderachse senkrechten Elektroden und auch das Wechselfeld wird zwischen diesen oder dazu parallelen Hilfselektroden angelegt.

<sup>1</sup> Etwas allgemeiner läßt sich diese Formel auch mit Hilfe der BOLTZMANNschen Stoßgleichung ableiten [9], [10].



bestimmt, so daß  $N = N_0$  in der Achse ( $r = 0$ ) und  $N = N_R$  am Rande ( $r = R$ ) ist. Da an der Stelle  $r = 0$  aus Symmetrie- und Stetigkeitsgründen  $dN/dr = 0$  sein muß, ist  $k > 1$  zu wählen. Es erweist sich aber als zweckmäßig, auch den Grenzfall  $k = 1$  in die Betrachtung einzuschließen. Setzt man nun (4) mit Hilfe von (2) in (3) ein, so ergibt sich:

$$G = \frac{2\pi}{L} \int_0^R \left[ i\omega \varepsilon_0 + \frac{e^2}{m} \frac{z - i\omega}{z^2 + \omega^2} \left( N_0 + \frac{N_R - N_0}{R^k} r^k \right) \right] r dr$$
$$= \frac{2\pi}{L} \left[ \left( i\omega \varepsilon_0 + \frac{e^2}{m} \frac{z - i\omega}{z^2 + \omega^2} N_0 \right) \frac{R^2}{2} + \frac{e^2}{m} \frac{z - i\omega}{z^2 + \omega^2} (N_R - N_0) \frac{R^2}{k+2} \right]. \quad (5)$$

Für die Resonanzfrequenz  $\omega_r$  folgt aus dem Verschwinden des Imaginärteils dieses Ausdrucks:

$$\varepsilon_0 (k+2) - \frac{e^2}{m} \frac{1}{z^2 + \omega_r^2} (k N_0 + 2 N_R) = 0. \quad (6)$$

Diese Beziehung läßt sich unter Verwendung der LANGMUIR-Frequenz (1), in der ja  $N = N_0$  zu setzen ist (s. o.), folgendermaßen darstellen:

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{\frac{k - (k+2) \frac{z^2}{\omega_0^2} + \frac{2 e^2 N_R}{m \varepsilon_0 \omega_0^2}}{k+2}} = \frac{\omega_0}{\gamma}. \quad (7)$$

Der „Korrekturfaktor“  $\gamma$  gibt an, um wieviel die wirkliche Resonanzfrequenz ( $\omega_r$ ) von der aus der LANGMUIR-Beziehung (1) mittels der Elektronendichte in der Achse ( $N = N_0$ ) errechneten ( $\omega_0$ ) abweicht. Setzt man zunächst  $N_R = 0$ , wie es in der SCHOTTKYschen Theorie geschieht, und vernachlässigt die Dämpfung ( $z^2/\omega_0^2 \ll 1$ ), so folgt:

$$\gamma = \sqrt{\frac{k+2}{k}}. \quad (8)$$

Dieser Ausdruck hat seinen größten Wert  $\gamma = \sqrt{3} = 1,73$  für  $k = 1$ ; mit wachsendem  $k$  nimmt er monoton bis 1 ab. Dies ist ohne weiteres verständlich, da dabei die Dichteverteilung sich immer mehr einer homogenen nähert. Der Einfluß der Dämpfung ist in Abb. 1 für  $k = 2$ , also eine parabolische Verteilung, dargestellt. Ohne Dämpfung wäre hier  $\gamma = \sqrt{2} = 1,41$ . Berechnet man die Stoßzahl  $z$  nach der kinetischen Gastheorie als Quotient der mittleren thermischen Geschwindigkeit der Elektronen  $v$  und ihrer freien Weglänge  $\lambda$ , so ergibt sich bei einem Hg-Dampfdruck von 1 mTorr (Zimmertemperatur;  $\lambda \approx 10$  cm) und einer Elektronentemperatur von 30 000° K ( $v \approx 10^8$  cm/sec) ein Wert  $z \approx 10^7$  sec<sup>-1</sup>. Da  $\omega_0 > 10^9$  sec<sup>-1</sup> ist<sup>1</sup> und somit  $(z/\omega_0)^2 < 10^{-1}$ , ist die Wirkung der Dämpfung offenbar bedeutungslos. Wenn auch die quantitativen Ergebnisse der kinetischen Gastheorie im Plasma keine zu hohe Genauigkeit beanspruchen können, ist doch kaum anzunehmen, daß die wirkliche Dämpfung so sehr von diesem Werte abweicht, daß dadurch  $\gamma$  eine merkliche Änderung erfährt. Dies wäre nach Abb. 1 überhaupt erst in einem Dämpfungsbereiche der Fall, der schon sehr nahe der Grenzdämpfung  $(z/\omega_0)^2 = 1/2$  ist, bei der eine Resonanz nicht mehr möglich ist. Dann wären aber auch in deren Umgebung die Resonanzen sicher schon sehr unscharf und

kaum mehr sauber zu beobachten. — Dagegen würde bei einer Wanddicke  $N_R > 0$  der Faktor  $\gamma$  nach (7) sogar noch kleiner.

Ganz analoge Ergebnisse erhält man für Dichteverteilungen, die nach einer BESSELFunktion nullter Ordnung oder einer GAUSSschen Kurve verlaufen. Da auch hier die Berechnungen keine nennenswerten

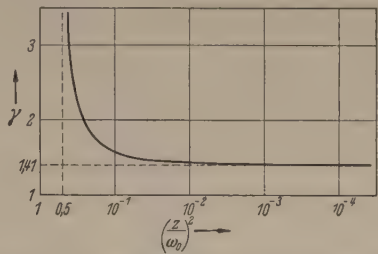


Abb. 1. Einfluß der Dämpfung auf die Resonanzfrequenz (für  $k = 2$ ).

Schwierigkeiten bereiten, seien nur die Resultate in der Abb. 2 zusammengestellt<sup>1</sup>. In dieser sind die angenommenen Dichteverteilungen aufgetragen und darunter die dazu gehörigen Korrekturfaktoren  $\gamma$  angeschrieben, und zwar jeweils für vernachlässigbare Dämpfung und  $N_R = 0$ . Für die Darstellung sind dimensionslose Größen  $N' = N/N_0$  und  $r' = r/R$  ein-

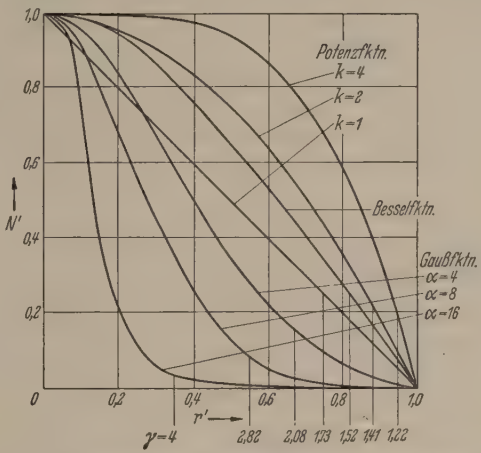


Abb. 2. Abhängigkeit des Korrekturfaktors  $\gamma$  vom Verlauf der Elektronendichte.

geführt; in diesen lauten die Gleichungen der verwendeten Kurven:

Potenzfunktion:  $N' = 1 - r'^k$  (9)

BESSELFunktion:  $N' = J_0(2,4 r')$  (10)

GAUSSfunktion:  $N' = \frac{e^{-\alpha r'^2} - e^{-\alpha}}{1 - e^{-\alpha}}$  (11)

Der Wert 2,4 in (10) ist dabei die erste Nullstelle der BESSELFunktion; er ergibt sich aus der Bedingung, daß  $N'$  am Rande ( $r' = 1$ ) verschwinden soll. In (11) ist  $\alpha$  ein frei wählbarer Parameter, der die Gestalt der GAUSSfunktionen bestimmt.

Ganz allgemein zeigt Abb. 2, daß die Korrekturfaktoren, wie erwartet, um so größer sind, je mehr die Dichteverteilung von einer homogenen abweicht, und zwar liegt die Änderung der Resonanzfrequenz infolge der Inhomogenität des Plasmas genau in Richtung der beobachteten Unstimmigkeiten zwischen Experi-

<sup>1</sup> Zu den benutzten Zahlenwerten vgl. [4], [5].  
<sup>1</sup> Die entsprechenden Berechnungen wurden von A. ESPRESTER im Rahmen einer Diplomarbeit durchgeführt.



ment und LANGMUIR-Beziehung. Allerdings reicht sie noch nicht aus um diese vollständig zu erklären, da der Betrag der Korrekturfaktoren für die praktisch möglichen Dichteverteilungen den Wert 2 kaum übersteigt. Es müssen also auch noch andere Gründe dafür vorhanden sein. In erster Linie ist hier zu erwähnen, daß für die Erregung von Plasmaschwingungen stets ein Strom gerichteter Elektronen nötig ist, worauf zuerst SCHUMANN [16] und Höss [4] hingewiesen haben, während in der vorstehenden Ableitung nur Elektronen mit thermischer Geschwindigkeit berücksichtigt wurden. Außerdem erscheint es fraglich, ob die Trägerdichte und Stoßzahl im Hochfrequenzfeld wirklich ihre Gleichstromwerte beibehalten, nachdem Messungen von Höss [4] ein starkes Ansteigen der Elektronentemperatur im Resonanzfalle ergaben. Vielleicht war auch bei einem Teil der erwähnten Versuche, die in sehr „dünnen“ Plasmen stattfanden, die freie Weglänge der Elektronen schon so groß, daß im Bereiche des angelegten Wechselfeldes kaum mehr Stöße stattfanden, was natürlich die Voraussetzungen der Theorie verändern würde (vgl. BENNER [17]).

Auf jeden Fall hat sich aber gezeigt, daß man für quantitative Auswertungen die Inhomogenität des Plasmas berücksichtigen muß, die immerhin Änderungen der Resonanzfrequenz von 50% (BESSELFunktion!) bis 100% bewirken kann. Dieses Ergebnis ist sicher nicht an die Voraussetzung des zylindrischen Plasmas bzw. der radialen Inhomogenität gebunden, sondern mutatis mutandis auch für andere Plasmaformen repräsentativ.

#### Anhang.

Voraussetzung aller bisherigen Berechnungen war, daß gegenüber dem Einfluß der elektrischen Felder von allen magnetischen Wirkungen abgesehen werden kann. Die Berechtigung dieser Annahme soll noch kurz diskutiert werden. Zunächst wird schon bei der Ableitung von (2) das Eigenmagnetfeld des Entladungstroms bzw. die daraus resultierende LORENTZ-Kraft vernachlässigt. Dies ist nach LASSEN [18] zulässig, wenn die Umlauffrequenz der Elektronen im Magnetfeld vom Betrage  $H$

$$\omega_H = \frac{e}{m} \mu_0 H \quad (12)$$

( $\mu_0$  = Permeabilität des Vakuums)

sehr viel kleiner als die Frequenz des angelegten Wechselfeldes ist. Zwar gilt diese Regel zunächst nur für ein homogenes Magnetfeld; jedoch wird man sie für eine Abschätzung sicher auch hier benützen dürfen. Setzt man für das Eigenmagnetfeld seinen Maximalwert

$$H = j \frac{R}{2} \quad (13)$$

ein, den es bei einer (homogenen) Stromdichte  $j$  am Rande des Gefäßes annimmt, so erhält man mit  $j \approx 10^{-1} \text{ A/cm}^2$  und  $R \approx 10 \text{ cm}$  eine Umlauffrequenz  $\omega_H \approx 10^7 \text{ sec}^{-1}$ , während die hier in Frage kommenden Frequenzen  $\omega > 10^9 \text{ sec}^{-1}$  sind. Somit ist die Vernachlässigung der LORENTZ-Kraft durchaus berechtigt.

Außerdem ruft dieses Eigenmagnetfeld eine Kontraktion des Bogens hervor (PINCH-Effekt) [13], [15] und damit eine Änderung der Elektronendichte in

radialer Richtung. Dieser Effekt tritt offenbar dann in Erscheinung, wenn sich die Krümmung der Elektronenbahnen im Magnetfeld, die mit diesem nach außen zunimmt, im Bereiche einer freien Weglänge  $\lambda$  bemerkbar macht, wenn also der Krümmungsradius  $\varrho = v_{\vartheta}/\omega_H \leq \lambda$  ist. Dabei ist nur der im elektrischen Felde erworbene, gerichtete Geschwindigkeitsanteil  $v_{\vartheta}$  von Bedeutung, da nur er (zusammen mit dem Magnetfeld) eine einsinnige (radiale) LORENTZ-Kraft auf alle Elektronen hervorruft. Aus dem Beweglichkeitsansatz sowie aus den Experimenten [13], [19] ergibt sich, daß  $v_{\vartheta}$  etwa 1/5 der thermischen Geschwindigkeit ( $v \approx 10^9 \text{ cm/sec}$ ) gesetzt werden kann. Mit dem obigen Werte von  $\omega_H$  wird dann  $\varrho \approx 2 \text{ cm}$ , gegenüber  $\lambda \approx 10 \text{ cm}$  (bei einem Hg-Dampfdruck von 1 mTorr; s. o.). Da der Berechnung von  $\omega_H$  eine Stromdichte von  $10^{-1} \text{ A/cm}^2$  zugrunde lag, wird also unter den genannten Verhältnissen der PINCH-Effekt von diesen Stromdichten an von Bedeutung, wie auch Messungen von FETZ [13] beweisen. Sein Einfluß auf die Verteilung der Elektronen zeigt sich darin, daß die Flanken der BESSELFunktion, die sich ohne Magnetfeld ergibt, eingedrückt werden, so daß der Charakter der Kurven GAUSS-Verteilungen ähnlich wird. Deshalb wurde auch für diese die Resonanzfrequenz berechnet.

Schließlich bewirkt das mit einem hochfrequenten elektrischen Felde verbundene Magnetfeld im allgemeinen einen Skineffekt, dessen Ausmaß aus der „Eindringtiefe“ des Feldes abgeschätzt werden kann. Die übliche Formel für diese Eindringtiefe hat jedoch zur Voraussetzung, daß der Verschiebungsstrom gegenüber dem Leitungsstrom vernachlässigbar ist. Dies braucht im Plasma keineswegs der Fall zu sein, da seine Leitfähigkeit viel geringer als die der Metalle ist. Wir müssen deshalb kurz auf den Skineffekt im Plasma eingehen. Für eine Abschätzung seiner Größenordnung wird es dabei genügen, wenn wir die Grenzfläche zwischen Plasma und Luft der Einfachheit halber als eben betrachten. Dann lautet der für die Eindringtiefe maßgebende Exponentialfaktor des elektrischen und magnetischen Feldes im Plasma [20]:

$$e^{-i \frac{k_p^2 y}{\sqrt{k_0^2 + k_p^2}}} \quad (14)$$

Dabei ist  $y$  eine Koordinate, die senkrecht zur Grenzfläche und zwar in Richtung Plasma-Luft orientiert ist und in der Grenzfläche ihren Nullpunkt hat, so daß sie im Plasma stets negativ ist.  $k_0$  und  $k_p$  sind die Wellenzahlen von Luft und Plasma. Es gilt:

$$k_0 = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \omega = \frac{\omega}{c} \quad (15)$$

( $c$  = Lichtgeschwindigkeit im Vakuum).

$k_p^2$  ergibt sich einfach aus der komplexen Leitfähigkeit  $\sigma$  (Gl. (2)) durch Multiplikation mit  $-i \mu_0 \omega$  und läßt sich nach Einführung der LANGMUIR-Frequenz (1), in der eine mittlere Trägerdichte  $N$  eingesetzt zu denken ist, folgendermaßen schreiben:

$$k_p^2 = \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 \left( 1 - \frac{\sigma_0^2}{\omega^2} \frac{1 + i \frac{z}{\omega}}{1 + \frac{z^2}{\omega^2}} \right) = k_0^2 \gamma \quad \left. \vphantom{k_p^2} \right\} \quad (16)$$

$$\gamma = (\dots) = \alpha - i \beta$$

Die Wurzel in (14) ist so zu ziehen, daß der Imaginär-



eil  $b$  des Ausdrucks:

$$K = \frac{k_p^2}{\sqrt{k_0^2 + k_p^2}} = \frac{k_0 \gamma}{\sqrt{1 + \gamma}} \quad (17)$$

positiv ist. Da  $b$  den Realteil des Exponenten in (14) bestimmt, ist sein Reziprokwert direkt die Eindringtiefe  $d$ . Nun gilt für die uns interessierenden Frequenzen nahe der Resonanz nach (2) bzw. (16):

$$\frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{1}{1 + \frac{z^2}{\omega^2}} \approx 1 \quad (18)$$

Damit wird  $|\gamma| \ll 1$ , da sowohl sein Realteil

$$\alpha = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{1}{1 + \frac{z^2}{\omega^2}} \ll 1 \quad (19)$$

wie auch sein Imaginärteil

$$\beta = \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{1}{1 + \frac{z^2}{\omega^2}} \frac{z}{\omega} \approx \frac{z}{\omega} \approx 10^{-2} \ll 1 \quad (20)$$

ist (mit  $z \approx 10^7 \text{ sec}^{-1}$  und  $\omega \approx 10^9 \text{ sec}^{-1}$ ; s. o.). Man erhält also aus (17) in erster Näherung bei Beachtung der Vorzeichenregel für die Wurzel

$$K = -k_0 \gamma = k_0 (i\beta - \alpha). \quad (21)$$

Daraus folgt mit Hilfe von (15) und (20) für die Eindringtiefe

$$d = \frac{1}{b} = \frac{1}{k_0 \beta} = \frac{c}{z} \approx 3 \cdot 10^3 \text{ cm}, \quad (22)$$

ein Wert, der alle üblichen Gefäßdimensionen bei weitem übertrifft, so daß der Skineffekt im Bereiche der Resonanz sicher bedeutungslos ist. Auch sein Verlauf in Abhängigkeit von der Frequenz läßt sich leicht überblicken und zwar ergibt sich, daß der Skin-effekt für  $\omega = 0$  und  $\omega \rightarrow \infty$  verschwindet und in der Nähe von  $\omega = z$  ein Maximum ( $d \approx c/\omega_0 \approx 30 \text{ cm}$ )

annimmt. Am einfachsten erkennt man dies aus einer Betrachtung des Imaginärteils von  $k_p^2$ , der zufolge (17) für  $b = 1/d$  maßgebend ist und der ebenfalls für  $\omega = 0$  und  $\omega \rightarrow \infty$  verschwindet, für  $\omega = z$  einen Extremwert erreicht und dazwischen monoton zu- bzw. abnimmt.

#### Zusammenfassung.

Berücksichtigt man die Inhomogenität der Elektronendichte im Plasma, so ergeben sich Änderungen der Resonanzfrequenz um 50 bis 100%. Damit können die zwischen LANGMUIR-Beziehung und Experiment aufgetretenen quantitativen Unstimmigkeiten teilweise erklärt werden. Dagegen erweist sich der Einfluß der Dämpfung als unbedeutend. Die Vernachlässigung aller magnetischen Effekte bei der Ableitung der Resonanzfrequenz wird diskutiert.

Herrn Professor Dr. HETTNER danken wir für sein stetes Interesse an der Arbeit.

**Literatur:** [1] TONKS, L. und I. LANGMUIR: Phys. Rev. **33**, 195 (1929). — [2] TONKS, L.: Phys. Rev. **37**, 1458 (1931). — [3] SIGRIST, W.: Helv. Phys. Acta **10**, 73 (1937). — [4] HÖSS, E.: Diss. T. H. München 1946. — [5] HAUG, A.: Z. angew. Phys. **2**, 323 (1950). — [6] SCHUMANN, W. O.: Sitzungsberichte der Bayer. Akademie d. Wissenschaften, Math.-naturw. Klasse 1948, S. 281. — [7] SCHOTTKY, W.: Phys. Z. **25**, 342, 635 (1924). — [8] BECKMANN, B.: Die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen; Bücherei der Hochfrequenztechnik, Bd. 1, S. 62 ff. — [9] MARGENAU, H.: Phys. Rev. **69**, 508 (1946). — [10] EVERHART, E. und S. C. BROWN: Phys. Rev. **76**, 839 (1949). — [11] SEELIGER, R. und A. KRUSCHKE: Phys. Z. **34**, 883 (1933). — [12] SPENKE, E.: Z. Physik **127**, 221 (1950). — [13] FETZ, H.: Ann. Phys. **40**, 579 (1941). — [14] WENZL, F.: Z. angew. Phys. **3**, 332 (1951). — [15] TONKS, L.: Phys. Rev. **56**, 360 (1939). — [16] SCHUMANN, W. O.: Z. Physik **121**, 7 (1942). — [17] BENNER, S.: Ann. Phys. **3**, 993 (1929). — [18] LASSEN, H.: Ann. Phys. **1**, 415 (1947). — [19] FETZ, H.: Ann. Phys. **37**, 1 (1940). — [20] SOMMERFELD, A.: Vorlesungen über Theoretische Physik, Bd. III, S. 161 ff.

Dipl.-Ing. AUGUST ESPRESTER und Dozent Dr. ALBERT HAUG, Institut für Theoretische Physik der Technischen Hochschule München.

## Prüfmethode zum Auffinden von Poren in Lackschichten und anderen isolierenden Folien.

VON CARL HELLMUTH HERTZ.

Mit 5 Textabbildungen.

(Eingegangen am 19. September 1954.)

### 1. Einleitung.

Die Widerstandsfähigkeit einer Lackschicht gegen Einwirkung von Witterung und Feuchtigkeit ist von verschiedenen Faktoren abhängig, von welchen ein wichtiger das eventuelle Vorhandensein von Poren ist, welche die Lackschicht auf oft gekrümmten Wegen von der Oberfläche zur Unterlage quer durchlaufen [1], [2]. Eine Methode, die diese Poren sichtbar macht und die Porenanzahl pro  $\text{cm}^2$  bestimmen läßt, kann deshalb wichtige Aufschlüsse über die Güte der untersuchten Lackschicht geben. Bisher sind verschiedene Methoden zur Prüfung von Lackschichten zur Anwendung gekommen [1], [4], [5], die im wesentlichen darauf beruhen, daß die zu untersuchende Lackschicht längere Zeit der Einwirkung von schwachen Salzlösungen ausgesetzt wird, (wobei manchmal eine elektrische Spannung quer zur Lackschicht angelegt wurde), oder daß die Diffusion von Salzlösungen durch

die von ihrer Unterlage abgehobene Lackschicht gemessen wird. Eine der letzteren Methode ähnliche wird auch verwendet, um die Feuchtigkeitsundurchlässigkeit von Kunststoffolien zu prüfen, die viel in der Verpackungsindustrie Anwendung finden. Gemeinsam für alle diese Methoden ist, daß sie sehr zeitraubend sind, — ein Versuch nimmt oft mehrere Monate in Anspruch, — und daß die Resultate auch dann oft noch nicht ganz zuverlässig sind. Rein elektrische Methoden [2], [6], bei denen durch Anlegen einer genügend großen Spannung quer zur Lackschicht ein Durchschlag durch eventuelle Poren erzielt wird, können nur mit Schwierigkeit zur Bestimmung der Porenanzahl pro  $\text{cm}^2$  verwendet werden. Im Folgenden soll eine neue Prüfmethode beschrieben werden, bei der die Poren direkt sichtbar gemacht und also leicht gefunden und ausgezählt werden können.



## 2. Physikalische Grundlage der Methode.

In einer früheren Arbeit [3] ist gezeigt worden, daß die Poren in einer Lackschicht mit Hilfe einer über der Lackschicht befindlichen Koronaentladung nachweisbar sind. Zu diesem Zwecke wird eine metallische Spitze, z. B. ein dünner Draht, etwa 5 mm über der zu untersuchenden Lackschicht angebracht. Die Lackschicht soll hierbei zunächst auf einer metallischen

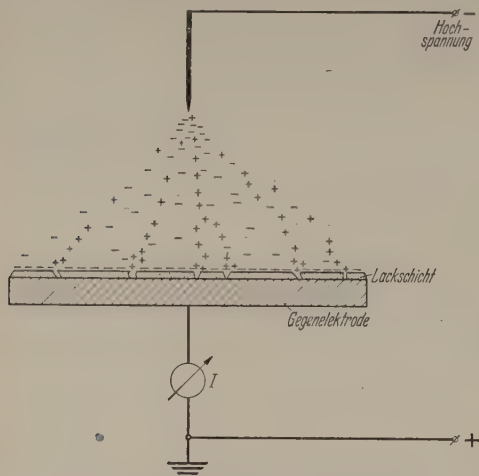


Abb. 1. Zur Deutung des Lackschichteffektes.  
In den Poren der Lackschicht entstehen wegen der hohen Aufladung der Lackschichtoberfläche neue Ionisationsbereiche.

Unterlage aufgebracht sein. Die umgebende Atmosphäre sei, wenn nicht anders angegeben, Luft von normalem Druck und Zimmertemperatur mit einer relativen Feuchtigkeit von nicht mehr als 50%.



Abb. 2. Spitzenkorona über einer einfachen Schellackschicht, schräg von oben gesehen.  
Spitzenabstand 5 mm,  
Spitzenspannung - 5000 V,  
Strom 200 µA.

Wird nun eine Gleichspannung von etwa 5000 V zwischen die Spitze und die metallische Unterlage der Lackschicht gelegt, so entsteht an der Spitze eine Spitzenentladung und es kann der Spitzenstrom mit dem Galvanometer  $I$  nachgewiesen werden (vgl. Abb. 1), wobei wir im Folgenden annehmen, daß die Spitze mit dem negativen Pol der Spannungsquelle verbunden sei. Wird für die Lackschicht z. B. Schellack benutzt, so ist, wie schon in [3] gezeigt wurde, der durch  $I$  gemessene Spitzenstrom wesentlich größer als wenn kein Lack auf der metallischen Unterlage (Gegenelektrode) aufgebracht wäre. Dies war zunächst nicht zu erwarten, da Schellack ein sehr guter Isolator ist, der deswegen oft in der Hochspannungstechnik Verwendung findet.

Eine Erklärung für die unerwartete Verstärkung des Spitzenstromes gibt nun die Annahme von feinen Poren in der Schellackschicht, deren Vorhandensein schon von anderer Seite vermutet wurde [1], [2]. Durch die von der Spitze kommenden Ionen oder Elektronen wird die Oberfläche der isolierenden Lackschicht aufgeladen, was wegen der geringen Dicke der Lackschicht zu Feldstärken von der Größenordnung von 100 kV/cm [3] in den Poren der Lackschicht führt. Weitere Elektronen oder negative Ionen, die von der

negativen Spitze kommend in die Poren der Lackschicht eintreten, werden hier deswegen kräftig beschleunigt und können Gasmoleküle in den Poren ionisieren oder anregen. Die hierbei entstehenden positiven Ionen wandern aus den Poren heraus zur negativen Spitze und verursachen so eine Verstärkung des Spitzenstromes. Daß der hier kurz angedeutete Prozeß in den Poren der Lackschicht wirklich stattfindet ist in [3] durch ausführliche Experimente gezeigt worden. Wenn diese Annahme aber richtig ist, so sollte, wenn in den Poren Ionisation der Gasmoleküle stattfindet, auch Anregung derselben und somit Lichtaussendung vorkommen. Dieses muß aber an den Mündungen der Poren direkt sichtbar sein und in der Tat beobachtet man im Dunkeln eine große Menge kleiner leuchtender Punkte auf der Lackschichtoberfläche unter der Spitze (Abb. 2). Ganz ähnliche Erscheinungen beobachtet man, wenn man an Stelle der

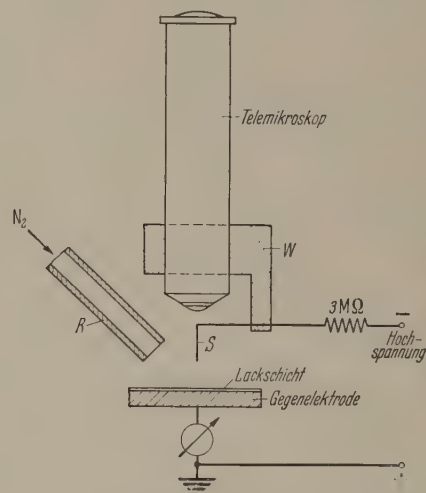


Abb. 3. Anordnung zur Untersuchung von Lackschichten.

Lackschicht eine mit feinen Poren oder Löchern versehene isolierende Folie, aus z. B. Papier, Kunststoff oder ähnlichem auf die Gegenelektrode legt. Auch hier verrät sich jede Pore durch eine Glimmerscheinung, während die Folie im Übrigen durch die Oberflächenladung elektrostatisch auf die Gegenelektrode gepreßt wird. Ist die isolierende Schicht dagegen wirklich völlig porenfrei, so bildet sich keine Spitzenentladung an der Spitze aus und der Strom  $I$  ist gleich null.

Da die hier beschriebene Erscheinung zum Aufsuchen von Poren in Lackschichten usw. geeignet ist, soll im Folgenden eine hierauf basierende Prüfmethode und die mit ihr gemachten Erfahrungen wiedergegeben werden.

## 3. Praktische Ausführung der Prüfmethode.

Um die zu untersuchenden isolierenden Schichten unter der Spitzenentladung besser beobachten zu können, wurde folgende Anordnung verwendet (vgl. Abb. 3). Mit Hilfe eines isolierenden Winkelarmes  $W$  wurde die Spitze  $S$  (0,3 mm Platindraht, am Ende zu einer Spitze angefeilt) etwa 5 mm über der Gegenstandsebene eines Telemikroskops mit 25facher Vergrößerung in der Mitte unter dessen Objektiv angebracht. Die Spitze wurde über einen Schutzwiderstand von 3 MΩ mit dem negativen Pol einer Spannungsquelle verbunden, die bis zu 6 kV und 1 mA



geben konnte. Der Schutzwiderstand verhindert ernsthafte Folgen falls man bei der Untersuchung unwillkürlich die Spitze berühren sollte. Stellt man das Mikroskop nun scharf auf die zu untersuchende Fläche ein, so befindet sich die Spitze automatisch im richtigen Abstand von dieser Fläche; die an ihrem Ende befindliche Spitzenentladung erscheint jedoch selbst nicht störend im Gesichtsfeld, da sie nicht in der Gegenstandsebene des Mikroskopes liegt. Wird nun die Spannung zwischen der Spitze und der metallischen Unterlage der Lackschicht gelegt, so können alle Poren in der Lackschicht an den in ihnen auftretenden Glimmerscheinungen mit dem Mikroskop sofort entleert werden. Es ist dabei vorteilhaft, die Untersuchungen in einem mäßig abgedunkelten Raume vorzunehmen.

Schließlich kann durch ein seitlich angebrachtes Rohr *R* Stickstoff in den Entladungsraum geblasen werden, was, wie weiter unten gezeigt wird, für gewisse Untersuchungen vorteilhaft ist.

#### 4. Eigenschaften der Prüfmethode.

Als erstes wurde untersucht, ob die Spitzenentladung die Poren in der Lackschicht nicht erst künstlich erzeugt. Daß dies nicht der Fall ist zeigt man leicht, indem man eine Koronaentladung längere Zeit über einer Lackschicht aufrechterhält und die Zahl der Poren in der Lackschicht beobachtet. Diese ist während einer Beobachtungszeit von etwa 10 Minuten vom Einschalten der Spitzenspannung an praktisch vollkommen konstant, die ganz selten auftretenden neuen Poren lassen sich auf schwache Stellen in der Lackschicht oder auch darauf zurückführen, daß für die Glimmerscheinung in einer Pore erst geeignete Bedingungen vorliegen müssen, bevor sie zünden kann. Dies kann z. B. der Fall sein, wenn zwei Poren sehr nahe beieinander liegen und ihr Feld gegenseitig beeinflussen. Erst nach längerer Zeit kann man beobachten, daß die Glimmerscheinungen in den Poren die Lackschicht angreifen und die Poren langsam vergrößern. Der Verlauf dieses Prozesses ist natürlich von dem verwendeten Isolationsmaterial oder der Lackschicht abhängig. Da zur Beobachtung und eventuellen Auszählung der Poren nur kurze Zeit benötigt wird, handelt es sich also praktisch hierbei um eine zerstörungsfreie Werkstoffprüfung. Dies kann von den meisten der bisher verwendeten Methoden nicht gesagt werden.

Weiterhin ist es wichtig zu wissen, wie kleine Poren noch mit dieser Methode entdeckt werden können. Zu diesem Zwecke wurden ganz feine Löcher in Schreibmaschinenpapier und porenfreie Kunststoffolie (Alkathen) gemacht und die Größe derselben unter dem Mikroskop ausgemessen. Dann wurde die Probe auf die Gegenelektrode unter die Spitze gebracht. Alle Löcher, die unter dem Mikroskop beobachtet wurden, konnten sofort mit Hilfe der Spitzenentladung gefunden werden. Nur wenn zwei Löcher einander sehr nahe waren (0,03—0,06 mm) trat die Glimmerscheinung nur in einem Loche auf. Auf diese Weise wurde festgestellt, daß Löcher und Poren mit einem größeren Durchmesser als 4—6  $\mu$  noch mit Sicherheit entdeckt werden. Es ist jedoch anzunehmen, daß noch wesentlich kleinere Poren mit Hilfe der Glimmerscheinungen sichtbar gemacht werden

können. Die Dicke der Lackschicht schien dieses Ergebnis nicht wesentlich zu ändern, soweit diese nur größer als 1—2  $\mu$  war und 0,3 mm nicht überschritt.

Um schließlich auch sehr dünne isolierende Schichten ( $d < 1\text{--}2\ \mu$ ), untersuchen zu können, ist es notwendig zu vermeiden, daß die von der Spitze kommenden Elektronen auf ihrem Wege zur Platten- elektrode mit den Sauerstoffmolekülen der Luft negative Ionen bilden [4], da diese in den Poren wesentlich schlechter ionisieren. Dies kann vermieden werden, wenn man die Koronaentladung in einer Stickstoffatmosphäre laufen läßt, oder, was in diesem Falle einfacher und ausreichend ist, durch ein Rohr *R* (vgl. Abb. 3) von schräg oben einen schwachen Stickstoffstrom in den Entladungsraum hineinbläst. Die Reinheit des technischen Stickstoffes, den man in Bomben erhalten kann, reicht hierfür vollkommen aus. Mit diesem Kunstgriff kann man auch in sehr dünnen Lackschichten und sogar in dünnen Aluminiumoxydschichten (Eloxalschichten und chemisch oxydiertem Aluminium) leicht Poren nachweisen. Dieser Kunstgriff sollte immer angewandt werden, wenn die normale Koronaprüfung in Luft keine klaren Resultate ergibt.



Abb. 4. Glimmerscheinungen in den Poren einer Zaponlackschicht, die durch zweimaliges Streichen einer Kupferplatte erhalten wurde. Die Photographie wurde mit Hilfe der in Abb. 3 gezeigten Anordnung gemacht. Durchmesser des Gesichtsfeldes 8 mm, Spitzenspannung — 6000 V, Strom 200  $\mu$ A.

Aus ähnlichen Gründen sollte beim Arbeiten in Luft darauf geachtet werden, daß die relative Luftfeuchtigkeit im Entladungsraum 30—40% nicht übersteigt, da es sonst vorkommen kann, daß die Glimmerscheinungen in den Poren nicht zum Zünden kommen und so die Poren nicht sichtbar werden [3].

Bei der Anwendung der Methode erhält man die besten Ergebnisse, wenn die Spitze mit dem negativen Pol der Spannungsquelle verbunden ist. Man kann jedoch auch positive Polarität oder Wechselspannung (50 Hz) an der Spitze verwenden, jedoch schien das Auffinden der Poren in diesen Fällen nicht so sicher zu sein [3].

#### 5. Versuchsergebnisse.

Die Abb. 4 und 5 zeigen Aufnahmen, die durch Einführen eines Filmes in die Bildebene des Objektives des Mikroskopes der Prüfanordnung (Abb. 3) gewonnen wurden. Sie geben also ungefähr das Bild wieder, welches man mit dem Auge durch das Mikroskop hindurchsehend erhält. Die Abb. 4 zeigt die Glimmerscheinungen in den Poren einer Zaponlackschicht, die durch doppeltes Auftragen von Zaponlack auf ein Kupferblech mit dem Pinsel erhalten wurde. Nach jeder Streichung wurde der Lack gründlich getrocknet. Mit Hilfe der Prüfmethode kann gezeigt werden,



daß sich, wie zu erwarten, die Anzahl der Poren pro  $\text{cm}^2$  mit jedem folgenden Anstrich verringert. Es sei hierbei darauf hingewiesen, daß die Größe der Glimmerscheinungen auf der Abb. 4 und 5 keineswegs dem wahren Durchmesser der Poren entspricht, der in Wirklichkeit wesentlich geringer ist. Dies ist teilweise wegen des großen Anteiles ultravioletten Lichtes in den Glimmerscheinungen auf die chromatische Abberation des Mikroskopobjektives zurückzuführen und teilweise darauf, daß jede Glimmerscheinung büschelförmig etwas aus ihrer Pore herausragt. Da der Strom I (Abb. 1) nicht proportional zur Anzahl der Poren pro  $\text{cm}^2$  ist, ist bei geringerer Porenzahl die Stromdichte in jeder Pore wesentlich höher [3], wodurch in diesem Falle die Helligkeit der Glimmerscheinungen stark wächst.

Auf der Abb. 5 sieht man die Poren in grauem Schrumpflack, mit dem ein Winkeleisen bestrichen war. Die Abbildung zeigt die Stelle, an der das Winkeleisen um  $90^\circ$  umbiegt, der Krümmungsradius an dieser Stelle betrug etwa 2 mm. Hier ist während der Aufnahme gleichzeitig von oben beleuchtet worden, so daß man außer den die Poren verratenden Glimm-

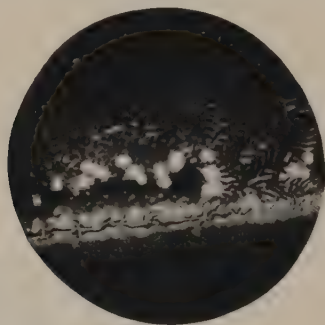


Abb. 5. Glimmerscheinungen in den Poren einer dicken Schrumpflackschicht auf einem Winkeleisen. Spitzenspannung — 5500 V, Strom 100  $\mu\text{A}$ . Sonst wie Abb. 4.

erscheinungen noch die Lackschicht selbst sieht. Es zeigt sich, daß die Poren alle in der Nähe des scharfen Krümmungsradius liegen. Eine Untersuchung dieser Erscheinung mit Automobillacken zeigte allgemein, daß sich die meisten Poren an Stellen mit kleinem Krümmungsradius bilden. Dieses ist auf Grund des Trocknungsprozesses der Lackschicht zu verstehen und in der Tat zeigen die Stellen mit kleinen Krümmungsradien an Automobilen usw. am frühesten Witterungsschädigungen der Lackierung.

Von den Lacken, die untersucht wurden, wiesen Zaponlack und Schellack bei weitem die meisten Poren pro Flächeneinheit auf, wobei Zaponlack etwas mehr Poren als Schellack zu haben scheint. Im Durchschnitt wurden bei diesen Lacken bei einfachem Anstrich mit einem Pinsel (Schichtdicke etwa  $3\mu$ ) etwa 300 — 1000 Poren je  $\text{cm}^2$  gefunden. Bringt man mehrere Lackschichtlagen aufeinander an und trocknet den Lack zwischen jedem Anstrich, so verringert sich die Anzahl der Poren [3]. Weiterhin wurden zwei in Schweden im Handel vorkommende Lackfarben untersucht, sog. synthetische Emailfarbe und Cellulosalack. Die Lacke wurden mit dem Pinsel auf Kupferblech aufgetragen und bei  $80^\circ\text{C}$  24 Stunden zwischen jedem Anstrich getrocknet. Die Tabelle 1 gibt die Anzahl der Poren pro  $\text{cm}^2$  in den verschiedenen untersuchten Fällen an.

Tabelle 1.

Lacktyp	Porenanzahl pro $\text{cm}^2$ bei				Dicke eines Anstriches
	1 Anstrich	2 Anstrichen	3 Anstrichen	4 Anstrichen	
Synthetische Emailfarbe	20	6	2,5	0,5	0,03 mm
Cellulosalack	6	0,1	< 0,05	—	0,06 mm

Um festzustellen, ob die Poren in der Lackschicht wirklich die Haltbarkeit derselben beeinflussen, wurde eine der von KITTELBERGER [5] benutzten ähnliche Methode verwendet. Die Lackschichtprobe wurde dabei 12 Stunden lang in eine 20% Kochsalzlösung bei einer Temperatur von  $60^\circ\text{C}$  gelegt. Es traten dabei fast an allen Stellen, wo Poren beobachtet worden waren, Blasen in der Lackschicht auf, d. h. die Lackschicht löste sich von der Metallunterlage. Wird das Vorhandensein von Poren in Lackschichten vorausgesetzt, so stimmt dies mit der Erklärung, die KITTELBERGER und ELM [6] für das Auftreten dieser Blasen gegeben hat, gut überein.

Fernerhin konnte festgestellt werden, daß bei langsam trocknenden Lacken wie z. B. Glyptal und ganz besonders Bootlack die Poren sich erst im Laufe des Trocknungsprozesses zeigen. Die Anzahl der Poren steigt also, wenn das Lacklösungsmittel den Lack verläßt.

Kurz sei noch ein anderes Gebiet genannt, wo die Koronaprüfmethode gute Dienste leisten kann. Die Verpackungsindustrie wird heute sehr oft vor das Problem gestellt, Materialien für feuchtigkeitsdichte Verpackungen zu schaffen. Viele der gewöhnlichen Verpackungsmaterialien haben jedoch ebenfalls feine Poren, die ein unerwünschtes Hindurchdiffundieren von Feuchtigkeit möglich machen. Die Bestimmung dieser Poren war bisher nur mit Hilfe von langwierigen und ungenauen Diffusionsversuchen möglich, abgesehen von einer Methode [7] mit der nur das Vorhandensein von Poren, jedoch nicht deren Anzahl und genaue Lage festgestellt werden kann. Auch hier liefert die Koronamethode ein schnelles und genaues Resultat. Sollte, wie dies oftmals der Fall ist, die zu untersuchende feuchtigkeitsdichte Kunststoffschicht auf einer isolierenden Unterlage, z. B. Papier angebracht sein, so kann die Prüfung nach Durchfeuchten der Papierunterlage wie gewöhnlich durchgeführt werden. Die Durchfeuchtung geschieht am bequemsten mit einer schwachen Kochsalzlösung, der ein Benetzungsmittel zum leichteren Eindringen in das Papier beigegeben ist.

#### 6. Zusammenfassung.

Die Witterungsbeständigkeit von Farben und Lacken hängt u. a. davon ab, ob sich feine Poren in den Lackschichten befinden. Feine Poren in den bei den modernen Verpackungen angewandten Kunststoffen setzen ferner die Dichte derselben gegen Feuchtigkeit stark herab. In der vorliegenden Arbeit wird eine Methode beschrieben, die eine sofortige Sichtbarmachung der Poren möglich macht ohne dabei die untersuchte Schicht zu zerstören. Durch Anordnung einer auf — 5000 V geladenen Spitze entsteht über der zu untersuchenden Schicht, welche sich auf einer leitenden Unterlage befinden muß, eine Spitzen-



entladung in Luft. Auf Grund der hohen Aufladung der isolierenden Lackschichtoberfläche durch die Spitzenentladung entstehen in den Poren der Lackschicht große Feldstärken, wodurch kleine unselbständige Gasentladungen in den Poren entstehen. Das von diesen ausgehende Licht macht das sofortige Entdecken der Poren mit dem Auge möglich. Weiterhin wird eine Verfeinerung der Methode angegeben, wie das Auffinden von Poren auch in sehr dünnen Schichten (z. B. in Aluminiumoxydschichten) möglich macht.

Herrn Professor S. VON FRIESEN und Herrn fil. lic. G. RAUSING sei an dieser Stelle für ihr reges Interesse an dieser Arbeit gedankt.

**Literatur.** [1] BACON, R. C., J. J. SMITH and F. M. RUGG: Ind. and Eng. Chem. 40, 161 (1948). — [2] HANSEN, B.: ASEA's tidning 36, 2 (1944). — [3] HERTZ, C. H.: erscheint demnächst im Arkiv för Fysik. — [4] FRANCE, J.: Ann. d. Phys. 21, 972 (1905). — [5] KITTELBERGER, W. W.: Ind. and Eng. Chem. 34, 943 (1942). — [6] KITTELBERGER, W. W. and A. C. ELM: Ind. and Eng. Chem. 38, 695 (1946). — [7] Kunststoffe 11, 488 (1953).

CARL HELLMUTH HERTZ, Physikal. Institut Lund, Schweden.

## Über den elektrischen Durchschlag in Luft bei kleinen und mittleren Überspannungen.

VON WILFRIED KÖHRMANN.

Mit 13 Textabbildungen.

(Eingegangen am 30. Oktober 1954.)

### 1. Einleitung.

Für den Aufbau einer Gasentladung kommen zwei Mechanismen in Frage: der TOWNSEND-Aufbau (Aufbau in Ionisierungsspielen) und der Kanalaufbau. Beim TOWNSEND-Aufbau ist ein Nachlieferungs-Mechanismus wirksam, bei dem durch aufeinanderfolgende Lawinen-Generationen ein exponentieller Anstieg der Stromdichte erfolgt. Der Übergang in die selbständige Entladung (Glimmentladung) vollzieht sich offenbar bei Erreichen einer kritischen Ladungsdichte in der Funkenstrecke.

Durch Beobachtungen in der Nebelkammer [1] wurde der Kanalaufbau gefunden, bei dem eine Elektronenlawine bei Erreichen der kritischen Verstärkung ( $e^{x/d} \approx e^{20}$ ) sich in einen anodengerichteten Kanal umbildet. Ein rückwärts zur Kathode laufender Kanal bei dem offenbar Photoionisation wirksam ist, stellt die leitende Verbindung zwischen den Elektroden her.

Für den Kanalaufbau ergibt sich eine Aufbauzeit, die gleich der Laufzeit der Lawine bis zu ihrer kritischen Verstärkung ist; die Entwicklungsgeschwindigkeit des Kanals ist erheblich größer als die Lawinengeschwindigkeit, so daß seine Entwicklungszeit in erster Näherung vernachlässigt werden darf. Durch neuere Messungen der Aufbauzeit von FLETCHER [3] wurde dieses Verhalten bestätigt.

Während bei den Messungen von FLETCHER ebenso wie bei den Nebelkammeruntersuchungen der Kanalaufbau durch Überspannung erzwungen wurde, muß gesondert davon die Frage nach der Art des statischen Durchschlags betrachtet werden. Durch Ausrechnen der Lawinenverstärkung  $e^{x/d}$  unter Verwendung der Standardwerte der Durchbruchspannung von SCHUMANN berechnete RAETHER [2], daß für  $pd > 1000$  Torr · cm beim statischen Durchbruch einer Plattenfunkenstrecke in Luft die kritische Verstärkung erreicht wird.

Es ist nun interessant, in dem Gebiet um  $pd \sim 1000$  Torr · cm Messungen der Aufbauzeit durchzuführen, zumal kürzlich von FISHER und BEDERSON [4] Messungen der Aufbauzeit bei kleinen Überspannungen für  $100 < pd < 760$  Torr · cm mitgeteilt wurden. Mit einer ähnlichen Schaltung wurden von mir Messungen der Aufbauzeit in dem Gebiet um  $pd \sim 1000$  Torr · cm vorgenommen, die sich über einen Bereich

der Überspannung von 0.1 bis etwa 20% erstrecken. Ebenso wurden Messungen der statischen Durchbruchspannung vorgenommen.

### 2. Die Apparatur.

Zunächst eine kurze Erläuterung der Meßanordnung: Die Untersuchungen wurden im homogenen Feld eines Plattenkondensators ausgeführt. Die mit

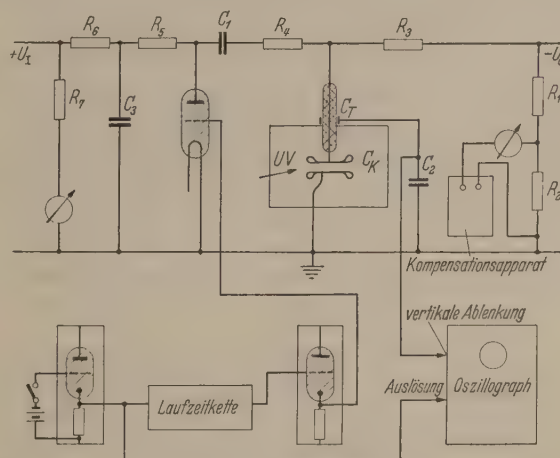


Abb. 1. Gesamtschaltbild.

$R_1 = 2 \cdot 10^4 \Omega$	$R_6 = 3 \cdot 10^4 \Omega$
$R_2 = 5 \cdot 10^4 \Omega$	$R_7 = 3 \cdot 10^4 \Omega$
$R_3 = 8 \cdot 10^4 \Omega$	$C_1 = 2,2 \cdot 10^4 \text{ pF}$
$R_4 = 3 \cdot 10^4 \Omega$	$C_2 = 10^3 \text{ pF}$
$R_5 = 2 \cdot 10^4 \Omega$	$C_3 = 10^4 \text{ pF}$

einem Thyatron betriebene Stoßschaltung erzeugt Impulse  $U_I$  bis maximal 8 kV. Da die gesamte benötigte Spannung größer ist, wird außerdem an die Funkenstrecke eine statische Spannung  $U_0 < U_D$  gelegt. Bei den üblichen Stoßschaltungen, die eine Kugelfunkenstrecke als Schaltelement benutzen, läßt sich die Höhe der Stoßspannung nur durch Ausmessen mit dem Oszillographen ermitteln. Bei dieser neuen Schaltung (Abb. 1) werden die Spannungen  $U_0$  und  $U_I$  mit einem Voltmeter gemessen; bei der Ausrechnung der Spannung  $U_0 + U_I$  läßt sich der Spannungsabfall am Thyatron in einfacher Weise berücksichtigen. Über einen kapazitiven Spannungsteiler ist ein Oszillograph angeschlossen, der den Spannungsverlauf an der Funkenstrecke aufnimmt. Die Bestimmung der Aufbau-



zeit erfolgt durch Ausmessen der photographisch registrierten Oszillogramme.

Diese Meßanordnung war von FISHER und BEDERSON [4] angegeben worden, die damit aber nur Messungen bis minimal  $1 \mu\text{sec}$  ausführen konnten. Um Messungen kleinerer Aufbauzeiten durchführen zu können, mußte die Anstiegszeit des Impulses verkleinert werden. Außerdem war der Einsatz eines Stoßspannungs-Oszillographen mit hoher Schreibgeschwindigkeit notwendig.

Die Messingelektroden von 16 cm Durchmesser mit Randabrundung befinden sich in einem Eisenkessel, wodurch Messungen bei  $p < 760$  Torr ermöglicht werden. Mit einer rotierenden Vakuumpumpe wird vor jeder Meßreihe der Rezipient evakuiert, danach wird mit Silicagel getrocknete Luft eingelassen. Die Messung des Druckes erfolgt mit einem Quecksilber-Manometer. Um ein einheitliches Bild zu gewinnen, werden die Druckmessungen auf  $20^\circ \text{C}$  reduziert.

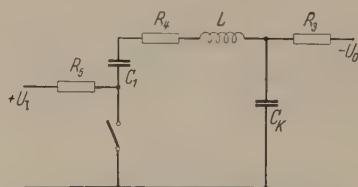


Abb. 2. Erklärung der Impulsschaltung.

Für die Ausführung der Messungen stehen zwei Spannungsquellen zur Verfügung:

$$\begin{array}{lll} U_0 & 0 \text{ bis } -55 \text{ kV, Welligkeit etwa } 15 \text{ Volt} \\ U_I & 0 \text{ bis } +8 \text{ kV, „ „ „ 1 Volt.} \end{array}$$

Die Spannung  $U_0$  liegt dauernd an der Funkenstrecke, und zwar, wie später erläutert wird, in einer solchen Höhe, daß keine Störung der später ablaufenden Vorgänge eintreten kann. Sodann wird mit einem Quecksilber-Thyratron (Type TQ 2/3 von BBC) die Spannung  $U_I$  geschaltet, so daß die jetzt an der Funkenstrecke liegende Spannung  $U_0 + U_I - \delta U$  ist. Die Korrektur  $\delta U$  soll durch die folgende Betrachtung ermittelt werden (Abb. 2):

Der Kondensator  $C_K$  wird über  $R_3$  auf die Spannung  $U_0$  aufgeladen, der Kondensator  $C_1$  wird über die Widerstände  $R_3 + R_4$  bzw.  $R_5$  auf  $U_0 + U_I$  aufgeladen. Mit einem Gitterimpuls von etwa 200 Volt wird das Thyatron gezündet und führt einen Ausgleich der Ladungen beider Kondensatoren herbei. Nach Beendigung des Ausgleichsvorganges brennt das Thyatron weiter, indem es den Kondensator  $C_3$  über den Widerstand  $R_5$  entlädt. Es kann daher für einige Zeit nach dem Zünden des Thyatrons angenommen werden, daß zwischen Kathode und Anode des Thyatrons die vom Strom unabhängige Brennspannung  $U_{Th}$  des Thyatrons (etwa 20 Volt) liegt. Der Ladungsausgleich wird durch die folgende Gleichung beschrieben (siehe auch Abb. 2):

$$C_K U_0 + C_1 (U_0 + U_I) = C_K (U_0 + U_I - \delta U) + C_1 (U_0 + U_I + U_{Th} - \delta U).$$

Damit ist die Ausrechnung von  $\delta U$  möglich, was mit geeigneten Vernachlässigungen ergibt:

$$\delta U = \frac{C_K}{C_1} U_I + U_{Th}. \quad (1)$$

Unter den gegebenen Verhältnissen liegt  $\delta U$  in der Größenordnung von 60 Volt.

Für die Dauer des Ausgleichsvorganges ist neben der Zündschnelle des Thyatrons die Dauer des Einschwingvorganges des Stoßkreises wichtig. Der Widerstand  $R_4$  wurde so gewählt, daß der aus der Leitungsinduktivität  $L$  und den Kondensatoren  $C_K$  und  $C_1$  gebildete Schwingungskreis gerade kritisch gedämpft wird. Die Anstiegszeit des Impulses an der Elektroden ist durch die Dauer des Ausgleichsvorganges bestimmt und beträgt etwa  $0.5 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$ .

Die ausnutzbare Impulsdauer ist durch die Zeit konstante  $R_3 C_1$  bestimmt. Dieser Wert ist so groß, daß nach  $2 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$  die Spannung an den Elektroden

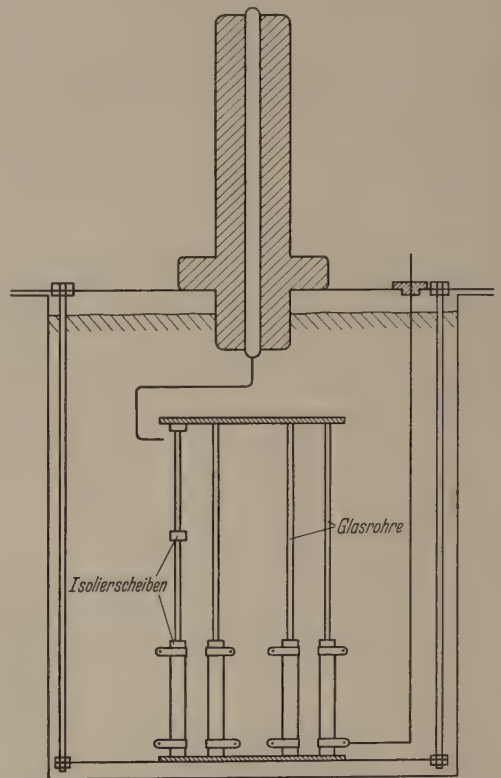


Abb. 3. Meßwiderstand  $R_1$ . Die einzelnen Widerstände von je  $10^4 \Omega$  sind auf Glasröhre geschoben, die von einer Halterung aus Plexiglas getragen werden. Die Erwärmung des Öles (50 l) im Betrieb beträgt etwa 5 bis  $20^\circ \text{C}$ .

um etwa 10 Volt von dem Wert  $U_0 + U_I - \delta U$  abweicht. Weiter muß durch Wahl von  $R_5 C_3$  dafür gesorgt werden, daß die Brenndauer des Thyatrons genügend groß ist.

Durch die Synchronisations-Schaltung wird erreicht, daß der Oszillograph früher ausgelöst wird als das Hochspannungs-Thyratron. Dadurch ist es möglich, den Impuls-Anstieg zu beobachten. Der Kondensator  $C_T$  wird aus einem Ring um den Durchführungs-Isolator gebildet und hat etwa eine Kapazität von 10 pF. Zusammen mit dem Kondensator  $C_2$  bildet er einen kapazitiven Spannungsteiler mit einem Teilverhältnis von etwa 1:100. Diese Teilung ist nötig, da der Oszillograph bei etwa 1000 Volt angesteuert ist. Aus räumlichen Gründen ist zwischen Spannungsteiler und Oszillograph ein längeres Kabelstück geschaltet, das den Anlaß zu Schwingungen beim Zusammenbruch der Spannung gibt (siehe Abb. 10). Das Schirmbild des Oszillographen (Fabr. AEG, maximale Schreibgeschwindigkeit 500 km/sec) wird photographisch registriert (Agfa-Fluorapid-Film), die Auswertung erfolgt mit einem Vergrößerungsapparat.



Zur Messung der Spannungen  $U_0$  und  $U_I$  mußten Meßwiderstände  $R_1$  ( $20 \cdot 10^6 \Omega$ ) und  $R_7$  ( $3 \cdot 10^6 \Omega$ ) hoher Konstanz angewandt werden. Für den Aufbau von  $R_1$  wurden 200 handelsübliche Porzellanrohr-Drahtwiderstände (Type DWS 6 von Rosenthal) von je  $10^5 \Omega$  in einem Ölbehälter untergebracht (siehe Abb. 3). Damit wurde außer der verbesserten Isolation eine Temperaturkontrolle ermöglicht, so daß über den bekannten Temperaturkoeffizienten des Drahtmaterials (Chromnickel) die Widerstandserhöhung bei Erwärmung berücksichtigt werden konnte. Zur Eichung der Meßwiderstände wurde eine Brückenschaltung aufgebaut (Abb. 4), mit der es möglich war, die Widerstände  $R_1$  und  $R_7$  mit hoher Genauigkeit ( $\approx 0,03\%$ ) zu messen.

Um Schädigungen der Meßwiderstände durch Stoßspannungen zu vermeiden, wurden diese parallel zu den in den Spannungsquellen untergebrachten Kondensatoren gelegt. Dabei zeigten sich über längere Zeit nur sehr geringe Änderungen des Wertes, der laufend kontrolliert wurde (Abb. 5).

Die Messung der Spannung  $U_0$  erfolgt mit einem Kompensationsapparat, während für  $U_I$  ein Präzisions-Drehspul-Instrument eingesetzt wird. Die Spannungsquellen für  $U_0$  und  $U_I$  sind netzseitig mit magnetischem Gleichhalter und Regeltransformator ausgestattet.

Die resultierende Genauigkeit der Spannungsmessung ergibt sich aus der Meßgenauigkeit für den Widerstand und für den Strom. Beide sind besser als  $0,03\%$ . Einen wesentlich größeren Einfluß hat die Störung durch Isolationsströme im Öl des Meßwiderstandes, wodurch die absolute Meßgenauigkeit für die Spannung auf etwa  $0,1\%$  beschränkt wird.

Durch ein seitliches Fenster wird die Kathode mit dem Licht einer Quarzlampe bestrahlt. Durch Messung des gasverstärkten Stromes mit einem Spiegelgalvanometer wurde festgestellt, daß etwa  $10^3$  Elektronen/sec aus der Kathode austreten.

Die Messung der statischen Durchbruchspannung erfolgt in der Weise, daß  $U_0$  bis zum Zusammenbruch der Funkenstrecke gesteigert wird. Sodann entlädt der Funke den Kondensator  $C_1$  über den Widerstand  $R_4$  und über das Thyatron. Dieser Stromkreis wirkt als Kippschaltung und führt zur Löschung des Funkens, so daß eine Abschaltung der Spannung nicht nötig ist. Bei großer UV-Intensität erreicht der Ionisationsstrom beträchtliche Werte (etwa  $10^{-4}$  Amp). Dadurch wird eine Verfälschung der Spannungsmessung hervorgerufen, da dieser Strom am Widerstand  $R_3$  einen Spannungsabfall erzeugt<sup>1</sup>. Bei Messung der Durchbruchspannung muß daher die UV-Intensität reduziert werden. Dies geschieht auch im Hinblick auf eine Absenkung von  $U_D$  durch zu starke Bestrahlung.

Die Messung der Aufbauzeiten erfolgt in Abhängigkeit von der Überspannung

$$\frac{\Delta U}{U_D} = \frac{U_0 + U_I - \delta U - U_D}{U_D} \quad (2)$$

wobei  $U_D$  nach der oben angegebenen Methode gemessen wird. Zur Prüfung der Genauigkeit der Spannungsmessung wurde aber auch die statische Durchbruchspannung mit  $U_0 + U_I - \delta U$  gemessen. Beide Werte

<sup>1</sup> Die Isolationsströme über den Kondensator  $C_1$  sind so gering, daß keine Verfälschung der Spannungsmessung auftritt.

stimmten bis auf etwa  $0,05\%$  überein. Eine bessere Übereinstimmung ist wegen der Welligkeit von  $U_0$  nicht zu erwarten. Ebenso bringt das Absinken der Impulsspannung, das nach  $10^{-4}$  sec merklich wird, eine Unsicherheit der angegebenen Größe in dieses Verfahren.

### 3. Messung der Durchbruchspannung und Anwendung auf das Kanalaufbau-Kriterium.

Nach den Vorstellungen über den Kanalaufbau geht eine Elektronenlawine bei kritischer Verstärkung direkt in einen anodengerichteten Kanal über, der mit erhöhter Geschwindigkeit weiterläuft. Diese Tatsache wird verständlich, wenn man berücksichtigt, daß das Raumladungsfeld der Ladungsträger zu einer Verzerrung des angelegten Feldes Anlaß gibt. Man gewinnt eine Bedingung für die kritische Verstärkung, indem man die Feldstärke am Lawinenkopf ausrechnet, unter der Annahme, daß die Lawine sich ungestört entwickelt hat [1], [5]. Setzt man diese Feldstärke mit der angelegten Feldstärke gleich, so ergibt sich daraus das Kriterium

$$(\alpha x)_K = 17,7 + \ln x. \quad (3)$$

Aus den Nebelkammer-Beobachtungen ergibt sich weiter, daß ein kathodengerichteter Kanal startet, so

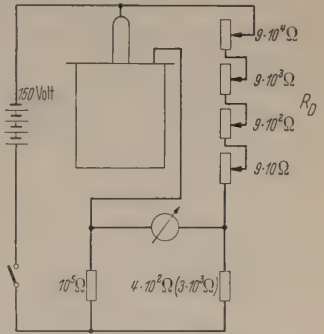


Abb. 4. Brückenschaltung zur Messung von  $R_1$  und  $R_7$ . Als Abgleichwiderstand dient ein Drehschalter-Rheostat  $R_D$ , dessen Genauigkeit  $0,02\%$  beträgt. Als Nullinstrument wurde ein Galvanometer mit hoher Stromempfindlichkeit ( $4 \cdot 10^{-9}$  Amp/Skt) eingesetzt.

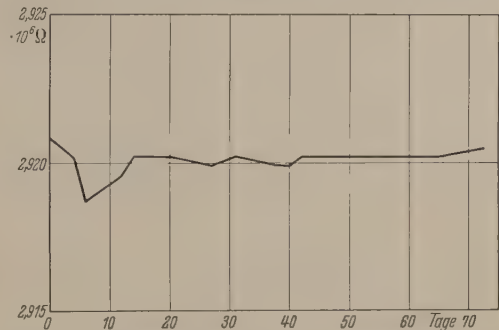


Abb. 5. Zeitliches Verhalten des Meßwiderstandes  $R_7$ . Die mit der Brückenschaltung (Abb. 4) gemessenen Werte wurden mit dem Temperatur-Koeffizienten von Chromnickel ( $1,5 \cdot 10^{-4}/^\circ\text{C}$ ) auf  $20^\circ\text{C}$  reduziert.

bald der anodengerichtete Kanal ein Stück gelaufen ist. Es gibt bisher noch keine experimentellen Untersuchungen darüber, wie weit der vorher entstandene anodengerichtete Kanal gelaufen sein muß, um die Startbedingung für den kathodengerichteten Kanal zu schaffen. Der Einfachheit halber nimmt man an, daß sofort mit dem Übergang der Lawine in den anodengerichteten Kanal die Startbedingung für einen kathodengerichteten Kanal besteht. Man macht daher eine Vernachlässigung, indem man

$$(\alpha d)_K = 17,7 + \ln d \quad (4)$$

als Kriterium für die zum Kanalaufbau gehörende Minimalspannung setzt.



Die Gl. (4) soll im folgenden auf die statische Durchbruchspannung  $U_D$  angewendet werden, um den Aufbaumechanismus festzustellen.

Die Messung der Durchbruchspannung erfolgte in der Weise, daß  $U_0$  in kleinen Stufen bis zum Durchbruch gesteigert wurde. Dieses Verfahren wurde mehrfach hintereinander ausgeführt. Dabei ergab sich gute

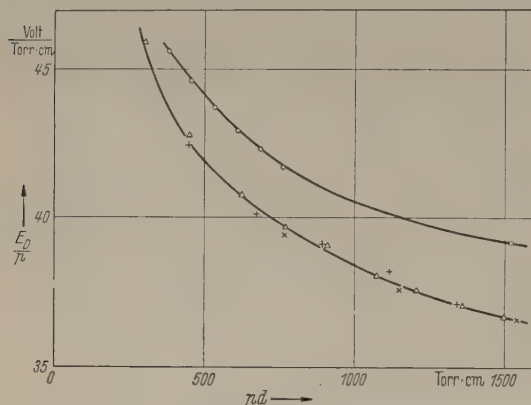


Abb. 6. Durchbruchfeldstärke  $E_D/p$  in Abhängigkeit von  $p \cdot d$ .

- + Eigene Messungen ( $p = 445$  Torr).
- x Eigene Messungen ( $p = 770$  Torr).
- △ Messungen von FISHER [6] ( $p = 756$  Torr).
- Werte nach SCHUMANN [7].

Übereinstimmung der Meßwerte, wie aus der nachfolgenden Tabelle ersichtlich ist:

Zeit	Einstellung d. Komp.-App. beim Durchbruch
0 Min.	1427,6 Sekt.
4 „	27,1 „
6 „	29,0 „
9 „	29,2 „
11 „	28,6 „
35 „	28,8 „
65 „	30,2 „

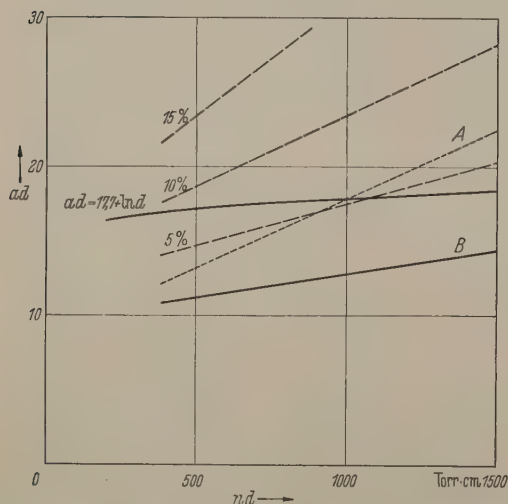


Abb. 7. Lawinenverstärkung  $\alpha d$  für die statische Durchbruchspannung (B) und für Überspannungen. Die Kurve A ist mit den Werten der Durchbruchspannung von SCHUMANN [7] ausgerechnet.

Die Erwärmung des Widerstandes  $R_1$  während der Meßreihe ist hierbei als Korrektur berücksichtigt.

Während sich die Durchbruchspannung mit einer absoluten Genauigkeit von 0,1% messen ließ und unter gegebenen Bedingungen ebenso gut reproduzierbar war, ist für die Genauigkeit der Angabe von  $U_D = U_D(p, d)$  noch der Einfluß der Meßgenauigkeit von  $p$  und  $d$  zu berücksichtigen. Die Genauigkeit der Druckmessung betrug 0,5 Torr  $\sim$  0,1%, während für die Ab-

standsmessung ein Fehler von 0,3% angenommen wurde. Dieser Fehler ist dann ausschlaggebend für die Genauigkeit der Angabe von  $U_D = U_D(p, d)$ .

In der nachfolgenden Tabelle sind die Ergebnisse der Messungen zusammengestellt:

Messungen bei $p = 446,5$ Torr ( $20^\circ$ C)			
$d$	$p \cdot d$	$U_D$	$E_D/p$
1,0 cm	446,5 Torr cm	18,9 kV	42,4 Volt/Torr cm
1,5	670	26,9	40,1
2,0	893	34,9	39,1
2,5	1116	42,7	38,2
3,0	1339	49,8	37,2

Messungen bei $p = 770$ Torr ( $20^\circ$ C)			
$d$	$p \cdot d$	$U_D$	$E_D/p$
1,0	770	30,4	39,4
1,5	1155	43,4	37,6
2,0	1540	56,4	36,6

Um einen Vergleich mit früheren Messungen zu gewinnen, wird in Abb. 6 die Durchbruchfeldstärke  $E_D/p = U_D/pd$  als Funktion von  $p \cdot d$  aufgetragen. Es ergibt sich daraus, daß schon FISHER [6] ähnliche Werte beobachtete, die in deutlichem Widerspruch zu den bisher üblichen Standardwerten der Durchbruchspannung von SCHUMANN [7] stehen. Später soll noch gesagt werden, wodurch diese Diskrepanz zu erklären wäre.

Da das PASCHENSche Gesetz erfüllt ist, lassen sich aus den Messungen bei  $p = 447,5$  Torr und  $p = 770$  Torr durch Interpolation Werte für  $p = 760$  Torr angeben (siehe auch [8]).

$d$	$U_D$	$U_D$ (nach SCHUMANN)
0,5 cm	16,6 kV	16,9 kV
1,0	30,2	31,3
1,5	43,2	45,5
2,0	55,8	59,4

Hierbei wird nochmals die Abweichung von den SCHUMANNschen Werten deutlich.

Auf diese Messungen soll jetzt das Kanalaufbau-Kriterium (4) angewandt werden, um festzustellen, ob der statische Durchbruch durch einen Kanalaufbau eingeleitet wird. In Abb. 7 sind die  $\alpha d$ -Werte eingetragen, die unter Verwendung bekannter  $\alpha$ -Messungen (SANDERS [9], MASCH [10]) aus den gemessenen Werten der Durchbruchspannung ausgerechnet wurden. Es ergibt sich dabei, daß nach neueren Werten der Durchbruchspannung die Lawinenverstärkung im Gebiet  $p \cdot d < 1500$  Torr  $\cdot$  cm so klein ist, daß kein Kanalaufbau möglich ist. Dagegen liefern die Werte von SCHUMANN einen derartigen Verlauf der  $\alpha d$ -Werte, daß für  $p \cdot d > 1000$  Torr  $\cdot$  cm Kanalaufbau anzunehmen wäre [2]. Die physikalische Ursache für dieses Verhalten müßte darin zu suchen sein, daß mit wachsendem  $p \cdot d$  der Nachlieferrungskoeffizient  $\gamma$  kleiner wird.

Weiter sind in Abb. 7 die  $\alpha d$ -Werte für 5, 10 und 15% Überspannung eingetragen. Daraus ersieht man, daß bei großen  $p \cdot d$ -Werten die Lawinenverstärkung sehr stark von der Spannung abhängt. Aus den vorstehenden Betrachtungen ist zu entnehmen, daß in dem untersuchten Gebiet  $p \cdot d < 1500$  Torr  $\cdot$  cm der statische Durchbruch nicht durch einen Kanalaufbau erklärt werden kann. Es muß daher ein TOWNSEND-Aufbau angenommen werden, der über einen Nachlieferrungsmechanismus (Aufbau in Ionisierungsspielen) zum Durchbruch führt. Dafür sprechen auch einerseits die Messungen der Aufbauzeit, wie sie von FISHER und BEDERSON [4] ( $100 < p \cdot d < 760$  Torr  $\cdot$  cm) und



von mir ( $450 < pd < 1350$  Torr · cm) durchgeführt wurden, andererseits die Untersuchungen von LEWELLYN JONES und PARKER [11]. Letztere führten für  $pd < 760$  Torr · cm Messungen des Vorstromes durch, wobei sich  $\gamma$ -Werte ergaben, aus deren Größe sich mit Hilfe der TOWNSENDSchen Durchbruchbedingung die statische Durchbruchspannung befriedigend berechnen ließ.

Es bleibt noch die Frage offen, wodurch der Unterschied zwischen älteren und neuen Werten der Durchbruchspannung entstanden ist. Die Angaben von SCHUMANN [7] sind Mittelwerte einer größeren Anzahl von Messungen verschiedener Autoren, bei denen immer Wechselspannung zur Messung benutzt wurde. Dagegen wurden die Messungen von FISHER [6] ebenso wie meine Messungen mit Gleichspannung ausgeführt. Man kann nun daran denken, daß bei Anlegen von Wechselspannung mit der Amplitude  $U_D$  (mit Gleichspannung gemessen!) der Durchbruch nicht zustande kommt, da die zur Verfügung stehende Zeit nicht ausreichend ist, um den Durchbruch aufzubauen. Vielmehr wäre erst bei Überspannung (bezogen auf den mit Gleichspannung gemessenen Wert von  $U_D$ ) ein Durchbruch zu erwarten. Infolgedessen wird man bei der Messung der statischen Durchbruchspannung mit Wechselspannung einen höheren Wert erhalten, als er mit Gleichspannung festgestellt wird.

Aus den Untersuchungen von RITZ [12] ist zu entnehmen, daß mit wachsender absoluter Luftfeuchtigkeit die Durchbruchspannung ansteigt. Da nun die älteren Messungen immer in freier Atmosphäre ausgeführt wurden, ergibt sich damit eine weitere Möglichkeit, um die Unterschiede in der Durchbruchspannung zu erklären. Bei einer solchen Betrachtung bleibt die Frage offen, ob durch den wachsenden Anteil der Luftfeuchtigkeit sich nur der Stoßionisierungskoeffizient  $\alpha$  ändert (der dann zu einer veränderten Durchbruchspannung Anlaß gibt), oder ob durch den Zusatz von Wasserdampf nicht auch eine Änderung des Nachlieferungskoeffizienten  $\gamma$  auftritt. Dann wäre es denkbar, daß bei einem bestimmten  $pd$ -Wert in trockener Luft der statische Durchschlag über einen TOWNSEND-Mechanismus abläuft, während bei einem gewissen Wasserdampf-Gehalt schon Kanalaufbau vorliegt. Weitere Untersuchungen müssen hier Klarheit schaffen. Diese Überlegung ist wichtig, da sich Messungen bei großen  $pd$ -Werten im allgemeinen nur in freier Atmosphäre (mit einem gewissen Wasserdampf-Anteil) ausführen lassen.

#### 4. Messung der Aufbauzeit, Grenzen des Kanalaufbaues.

Mit der in Abschnitt 2 beschriebenen Apparatur wurden weiter Messungen der Aufbauzeit bei  $p = 450$  Torr ausgeführt. Bei jeder gewählten Überspannung wurden 5 Oszillogramme übereinander geschrieben. Auf den Oszillogrammen wurde dann die Zeit vom Anlegen des Impulses  $U_I$  bis zum Zusammenbruch ausgemessen (siehe Abb. 10). In den Abb. 8 und 9 gibt der senkrechte Strich den Streubereich der Aufbauzeiten an. Es zeigte sich, daß bei kleinen Überspannungen die Meßwerte erheblich streuen. Es scheint aber so, daß die Ursache dafür allein in der nicht zu vernachlässigenden Welligkeit von  $U_0$  zu suchen ist. Die Streuung der Meßwerte bei großen Überspannungen scheint eine natürliche Ursache zu haben, da hier der Einfluß der Welligkeit sehr gering ist.

Es soll hier noch erläutert werden, wie hoch  $U_0$  bei diesen Messungen eingestellt werden darf. Bei Anlegen des Impulses  $U_I$  bietet sich folgendes Bild in der

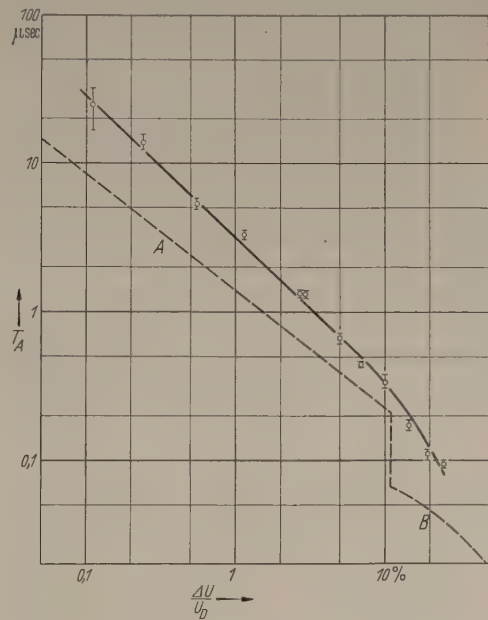


Abb. 8. Aufbauzeiten  $T_A$  in Abhängigkeit von der Überspannung  $\frac{U}{U_D}$  für  $p = 450$  Torr,  $d = 1$  cm. Die Kurve A für den TOWNSEND-Aufbau ist nach der von RAETHER [16] angegebenen Formel ausgerechnet, während B die nach Formel (5) ausgerechnete Zeit für den Kanalaufbau ist. An der Stelle  $\frac{U}{U_D} \Big|_K = 1.1\%$  ist die untere Grenze für den Kanalaufbau, d. h. die Lawine erreicht erst an der Anode ihre kritische Verstärkung ( $x_K = d$ ). Die nach A für den TOWNSEND-Aufbau gerechneten Aufbauzeiten gehen an der Stelle  $\frac{U}{U_D} \Big|_K$  nicht stetig in die für den Kanalaufbau gerechneten Zeiten über. Die beobachteten Aufbauzeiten führen an der Stelle  $\frac{U}{U_D} \Big|_K$  nicht den Sprung aus. Es ist aber ein deutliches Abknicken zu erkennen.

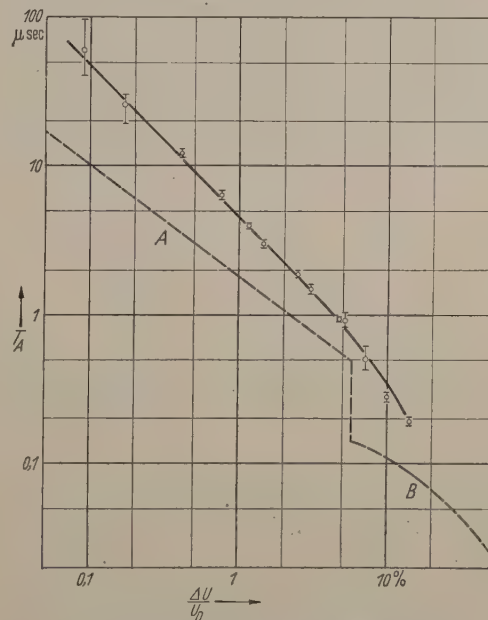


Abb. 9. Aufbauzeiten  $T_A$  für  $p = 450$  Torr,  $d = 2$  cm. Erklärung der gerechneten Kurven siehe Abb. 8.

Funkenstrecke: Die durch UV an der Kathode ausgelösten Elektronen erzeugen Lawinen, die zur Anode laufen. Bei zu großem  $U_0$  findet — unter Annahme eines TOWNSEND-Aufbaus — Nachlieferung statt, so daß die in Abschnitt 2 angegebene Zahl von ausgelösten



Elektronen nicht mehr gültig ist. Man muß beispielsweise für  $pd = 446,5 \text{ Torr} \cdot \text{cm}$   $U_0 = 17,8 \text{ kV}$  wählen, da dann bei  $\mu = 0,05$  keine wesentliche Nachlieferung stattfindet. Weiter kann man noch erwarten, daß eine Störung durch die schon bei Anlegen des Impulses vorhandenen Ionen stattfindet. Da die Lawinenverstär-

gebracht wurden. Wegen des sehr großen Bereiches beider Koordinaten und des annähernd hyperbolischen Verlaufes der Meßkurve wurden beide Koordinaten logarithmisch aufgetragen. Für kleine Überspannungen und für  $pd = 450 \text{ Torr} \cdot \text{cm}$  wurden die Meßwerte von FISHER und BEDERSON [4] bestätigt.

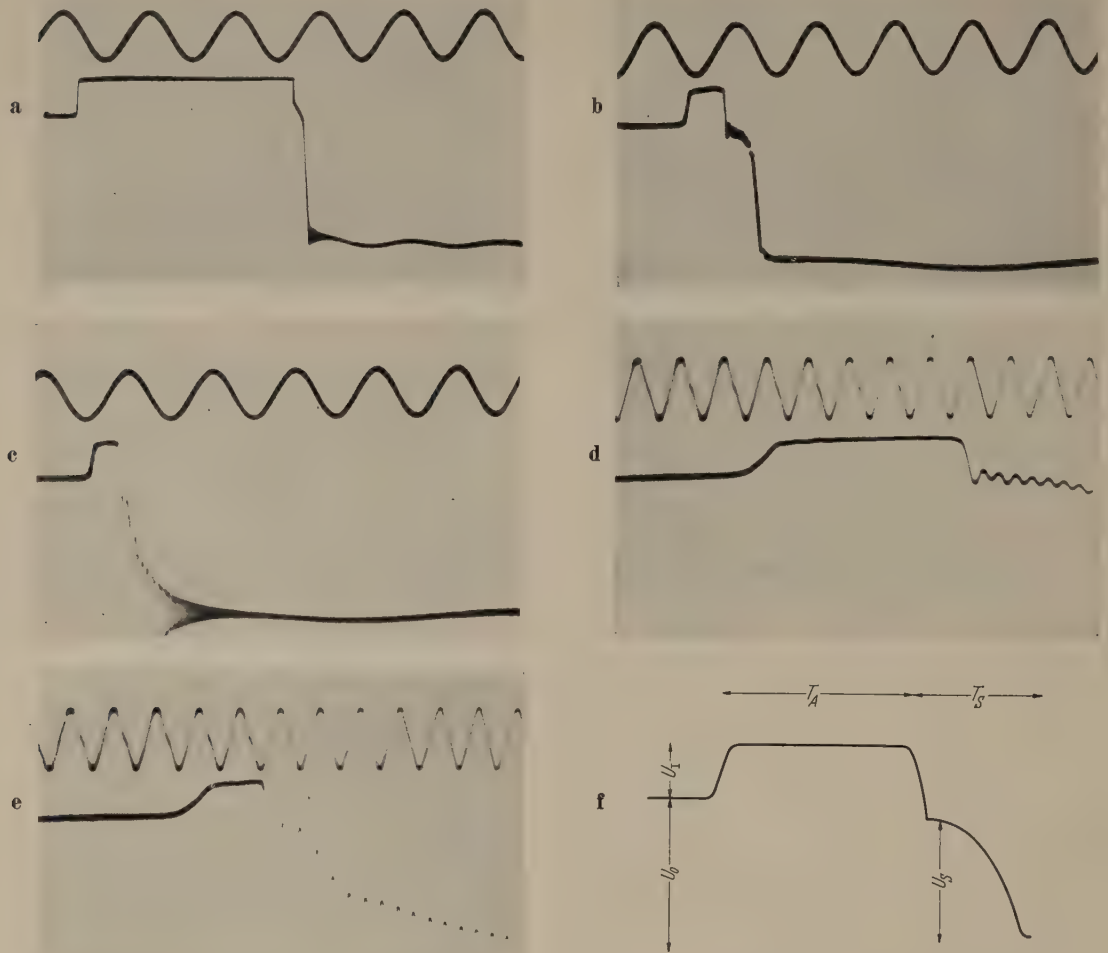


Abb. 10. Oszillogramme der Aufbauzeiten für  $p = 450 \text{ Torr}$ ,  $d = 1,5 \text{ cm}$  für verschiedene Überspannungen  $\frac{\Delta U}{U_D}$ .

	$\frac{\Delta U}{U_D}$	Eichfrequenz		$\frac{\Delta U}{U_D}$	Eichfrequenz
a	0,5%	300 kHz	d	7,0	10 MHz
b	7,5	1 MHz	e	12,0	10 MHz
c	9,0	1 Mhz	f		Erklärung der Auswertung

Die Bilder a und b zeigen deutlich das Auftreten der Stufe im Spannungsrückgang, während bei c ein glattes Absinken der Spannung zu beobachten ist. Dieses Absinken erfolgt so schnell, daß die angeschlossenen Leitungs-kreise zu Schwingungen mit erheblicher Amplitude angestoßen werden. In Bild d und e ist — bei wesentlich schnellerer Ablenkung des Kathodenstrahls — noch einmal die erste Phase der Spannungsabsenkung gebracht. Man erkennt deutlich, daß bei d die Absenkung auf den Wert  $U_S$  langsam abläuft, verglichen mit dem schnellen Absinken in Bild e.

kung in diesem Falle nur  $e^{10} \sim 10^4$  beträgt, ist selbst in der Nähe des Kopfes keine Verzerrung des elektrischen Feldes eingetreten. Dies wäre erst bei einer Anhäufung von  $10^7 - 10^8$  Ionen der Fall. Außerdem läßt sich abschätzen, daß bei Anlegen des Impulses etwa  $10^3$  Ionenwolken von vorher abgelaufenen Lawinen in der Funkenstrecke vorhanden sind. Diese Zahl ist so gering, daß nur ein Bruchteil des Raumes davon ausgefüllt ist.

In den Abb. 8 und 9 sind die Messungen der Aufbauzeit für  $pd = 450$  und  $900 \text{ Torr} \cdot \text{cm}$  aufgetragen. Ähnliche Aufbauzeiten wurden für  $pd = 1350 \text{ Torr} \cdot \text{cm}$  gemessen, die schon in einer vorläufigen Mitteilung [8]

Weiter wurde festgestellt, daß an der Art des Spannungsrückganges zwei Arten des Durchschlages zu unterscheiden sind. In Abb. 10 findet man für die Überspannung 9% ein sehr schnelles Absinken der Spannung auf etwa Null. Dagegen ist bei kleinerer Überspannung ein ganz anderes Verhalten zu beobachten. Die Spannung sinkt — wesentlich langsamer als sonst — zunächst auf einen Stufenwert  $U_S$  und geht dann erst in der gezeigten Weise auf Null zurück. In Abb. 11 ist aufgetragen, bei welcher Überspannung  $\frac{\Delta U}{U_D}$  eine Stufe zu beobachten war. Man erkennt, daß eine



ziemlich scharf definierte Überspannung  $\frac{\Delta U}{U_{DS}}$  existiert, oberhalb der dann ein glatter Zusammenbruch der Spannung zu beobachten ist. Weiter sieht man, daß die auf den Oszillogrammen ausgemessene Stufenhöhe  $U_S$  unabhängig von der angelegten Überspannung ist.

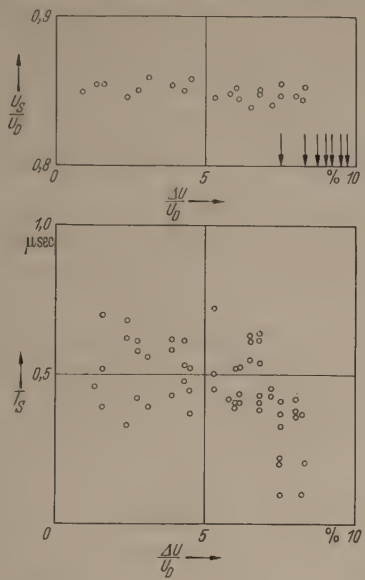


Abb. 11. Stufenhöhe  $\frac{U_S}{U_D}$  und Stufendauer  $T_S$  in Abhängigkeit von der Überspannung  $\frac{\Delta U}{U_D}$  für  $p = 450$  Torr,  $d = 1,5$  cm. Im Diagramm  $\frac{U_S}{U_D}$  zeigen die Pfeile (↓) einen glatten Zusammenbruch der Spannung ohne Stufe an.  $\frac{\Delta U}{U_{DS}} = 8,5\%$ .

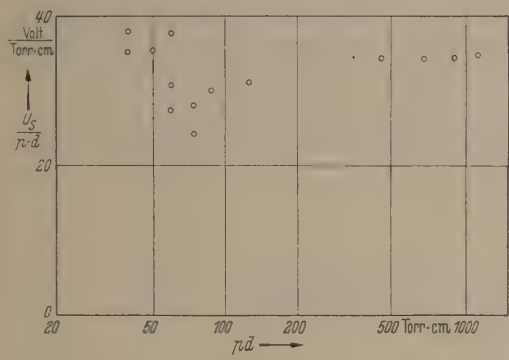


Abb. 12. Die Stufenhöhe  $\frac{U_S}{p \cdot d}$  in Abhängigkeit von  $p \cdot d$ . Die Meßpunkte für  $p \cdot d < 200$  Torr·cm sind der Arbeit von BUSS [13] entnommen.

Schon früher hatte BUSS [13] für  $p \cdot d < 200$  Torr·cm eine ähnliche Art des Spannungsrückganges beim statischen Durchbruch einer Funkenstrecke beobachtet. Es ist nun interessant, die Stufenhöhe  $U_S$ , genauer den Wert  $\frac{U_S}{p \cdot d}$  mit den von BUSS gemessenen Werten zu vergleichen. In Abb. 12 erkennt man, daß dieser Wert annähernd unabhängig von  $p \cdot d$  ist. Eine Betrachtung der Stufendauer  $T_S$  ist nicht lohnend, da anzunehmen ist, daß diese Zeitdauer vom Innenwiderstand der Spannungsquelle ( $R_3$ ) abhängig ist.

Wie schon aus der Messung der Durchbruchspannung zu entnehmen ist, liegt für den statischen Durchbruch TOWNSEND-Aufbau vor<sup>1</sup>. Man muß auch für

<sup>1</sup> Ein weiterer Hinweis für den TOWNSEND-Aufbau beim Durchbruch einer Funkenstrecke in Luft wurde kürzlich durch oszillographische Aufnahme des Stromanstiegs vor dem Zusammenbruch erbracht [14].

kleine Überspannungen ebenfalls noch TOWNSEND-Aufbau annehmen, wie aus Abb. 7 zu entnehmen ist. Betrachtet man nun die Aufbauzeiten in diesem Gebiet, so erhält man die Größenordnung von einigen Lawinenlaufzeiten. Es liegt daher nahe, für den TOWNSEND-Aufbau einen Nachlieferungsmechanismus in der Weise anzunehmen, daß durch Photonen an der Kathode Sekundär-Elektronen ausgelöst werden.

Dieser Aufbaumechanismus wurde von verschiedenen Autoren [15], [16], [17] durchgerechnet und es ergab sich dabei größenordnungsmäßige Übereinstimmung mit den vorliegenden Messungen. Für den Übergang in die selbständige Entladung wird dabei die anwachsende Raumladung der positiven Ionen in der Funkenstrecke verantwortlich gemacht. In den Abb. 8 und 9 sind die nach [16] ausgerechneten Aufbauzeiten eingetragen.

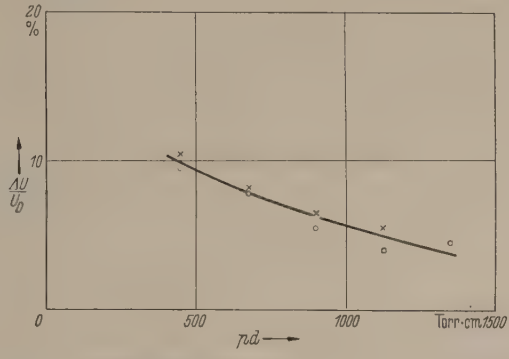


Abb. 13. Kritische Überspannung für den Einsatz des Kanalaufbaus.  
○ =  $\frac{\Delta U}{U_{DK}}$  :  $\alpha d = 17,7 + \ln d$   
× =  $\frac{\Delta U}{U_{DS}}$  : Grenze für das Auftreten der Stufe im Spannungsrückgang.

Wie aus Abb. 7 zu ersehen ist, wird bei einer gewissen Überspannung die Lawinenverstärkung so groß, daß ein Kanalaufbau anzunehmen ist. Die Aufbauzeit ist dabei mit der Lawinenlaufzeit bis zur kritischen Verstärkung gleichzusetzen, da die Entwicklungszeit des Kanals in erster Näherung zu vernachlässigen ist, d. h.

$$T_A = \frac{x_K}{v_-} \quad (5)$$

wobei  $\alpha x_K = 17,7 + \ln x_K$  ist. Die Lawinengeschwindigkeit  $v_-$  läßt sich aus Nebelkammerbeobachtungen entnehmen [1]. Bei einer gewissen Überspannung  $\frac{\Delta U}{U_{DK}}$  wird  $x_K = d$ , d. h. hier erreicht die Lawine gerade an der Anode ihre kritische Verstärkung. Unterhalb dieser Überspannung ist kein Kanalaufbau mehr anzunehmen.

Der Vergleich mit den gemessenen Aufbauzeiten in dem Gebiet  $\frac{\Delta U}{U_D} > \frac{\Delta U}{U_{DK}}$  ist nicht sehr gut. Es ist zu berücksichtigen, daß in diesem Gebiet die Lawine ihre kritische Verstärkung erst in der Nähe der Anode erreicht. Dieser Umstand führt offenbar zu einer Abweichung der Aufbauzeit von der nach Formel (5) ausgerechneten Zeit. Jedoch ist durch die Anwendung von Formel (5) auf die Messungen von MESSNER [18] und STRIGEL [19] von RAETHER [1], [2] gezeigt worden, daß bei größeren Überspannungen (>30%) Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung besteht. Ebenso haben die neueren Messungen der Aufbauzeit von FLETCHER [3] gezeigt.



Wie schon oben angegeben, gibt es eine kritische Überspannung  $\frac{\Delta U}{U_{DK}}$ , für die gerade die kritische Verstärkung der Lawine an der Anode erreicht wird. Weiter wurde bei der Betrachtung des stufenweisen Rückganges der Spannung beim Zusammenbruch eine kritische Überspannung  $\frac{\Delta U}{U_{DS}}$  gefunden. In Abb. 13 sind diese Kriterien als Funktion von  $pd$  aufgetragen. Es ergibt sich dabei fast vollständige Übereinstimmung.

Damit dürfte der Beweis erbracht sein, daß beim Kanalaufbau ein rasches Absinken der Spannung auf Null stattfindet, während für den TOWNSEND-Aufbau das Auftreten der Stufe charakteristisch ist. Es muß in diesem Zusammenhang erwähnt werden, daß unter den vorliegenden Bedingungen anschließend ein Funkenkanal entsteht und nicht eine flächenhafte Entladung (Glimmentladung), die etwa unterhalb  $pd \sim 100$  Torr · cm beobachtet wird [20].

### 5. Zusammenfassung.

Durch sorgfältige Messung der Durchbruchspannung in trockener Luft wurde festgestellt, daß die von SCHUMANN [7] angegebenen Werte in dem untersuchten Gebiet ( $500 < pd < 1500$  Torr · cm) um etwa 5% zu groß sind. Damit ergibt sich ein anderes Bild für den Einsatz des Kanalaufbaus. In einer früheren Abschätzung war von RAETHER [2] (unter Benutzung der Werte von SCHUMANN) angegeben worden, daß für  $pd > 1000$  Torr · cm der statische Durchbruch als Kanalaufbau vor sich geht. Jetzt ist anzunehmen, daß diese Grenze wesentlich höher liegt, sicher oberhalb der Grenze des untersuchten Gebietes.

Weiter wurden im gleichen  $pd$ -Gebiet mit einer besonderen Stoßschaltung (die eine sehr genaue Einstellung der Spannung gestattet) Aufbauzeiten über einen sehr großen Bereich der Überspannung gemessen. Aus der Größenordnung der Aufbauzeit läßt sich entneh-

men, daß bei kleinen Überspannungen TOWNSEND-Aufbau vorliegt. Bei höheren Überspannungen wurde Kanalaufbau gefunden. Es wird versucht, eine Grenze für beide Aufbau-Mechanismen anzugeben. Der stufenweise Spannungsrückgang scheint eine besondere Erscheinung des TOWNSEND-Aufbaus zu sein.

Diese Untersuchungen wurden im Rahmen einer Diplom-Arbeit im Institut für Angewandte Physik der Universität Hamburg durchgeführt. Für die Anregung und Förderung der Arbeit bin ich dem Leiter des Instituts, Herrn Prof. Dr. RAETHER, zu großem Dank verpflichtet.

Für die Unterstützung der Arbeiten durch Überlassung einer Hochspannungsanlage gilt mein besonderer Dank der Deutschen Forschungsgemeinschaft.

**Literatur.** [1] RAETHER, H.: Z. Phys. **112**, 464 (1939); Erg. d. exakt. Naturw. **22**, 108 (1949). — [2] RAETHER, H.: Naturw. **28**, 749 (1940). — [3] FLETCHER, R. C.: Phys. Rev. **76**, 1501 (1949). — [4] FISHER, L. H. und B. BEDERSON: Phys. Rev. **81**, 109 (1951). — [5] MEEK, J. M.: Phys. Rev. **57**, 722 (1940). — [6] FISHER, L. H.: Phys. Rev. **72**, 423 (1947). — [7] SCHUMANN, W. O.: Elektrische Durchbruchfeldstärke in Gasen (Berlin 1923) sowie Landolt-Börnstein, 5. Aufl. Erg. IIIb, S. 1252. — [8] KÖHRMANN, W. und H. RAETHER: Naturw. **41**, 400 (1954). — [9] SANDERS, F. H.: Phys. Rev. **41**, 667 (1932). — [10] MASCH, K.: Arch. f. Elektrot. **26**, 589 (1932). — [11] LLEWELLYN JONES, F. u. A. B. PARKER.: Proc. Roy. Soc. London **A 213**, 185 (1952). — [12] RITZ, H.: Arch. f. Elektrotechn. **26**, 219 (1932). — [13] BUSS, K.: Arch. f. Elektrotechn. **26**, 266 (1932). — [14] BANDEL, H. W.: Phys. Rev. **95**, 1117 (1954). — [15] KACHICKAS, G. A. u. L. H. FISHER: Phys. Rev. **88**, 878 (1952). — [16] RAETHER, H.: Z. angew. Phys. **5**, 211 (1953). — [17] DUTTON, J., S. C. HAYDON u. F. LLEWELLYN JONES: British Journal of Appl. Physics **4**, 170 (1953). — [18] MESSNER, M.: Archiv für Elektrotechn. **30**, 133 (1936). — [19] STRIGEL, R.: Wiss. Veröff. Siemens **15**, 1 (1936). — [20] DUNNINGTON, F.: Phys. Rev. **38**, 1535 (1931).

Dipl.-Phys. WILFRIED KÖHRMANN,

Institut für Angewandte Physik der Universität Hamburg.

## Ein fremdgesteuertes Zeitbasisgerät für Oszillographen.

VON WOLFGANG SEEFELDNER.

Mit 1 Textabbildung.

(Eingegangen am 5. September 1954.)

In einer früheren Veröffentlichung [1] wurde das Prinzip eines elektrophysiologischen Reizgerätes erläutert. Es erscheint nun vorteilhaft, dieses so zu konstruieren, daß jeder einzelne Reizimpuls durch einen von außen applizierten positiven Triggerimpuls ausgelöst wird. Zu diesem Zweck wurde der im folgenden beschriebene Sägezahn-generator entwickelt.

Dieser besitzt einen stabilen Zustand, in dem er beliebig lange verharrt, und in dem der Strahl auf der Seite des Schirms der Kathodenstrahlröhre stehenbleibt. Auf einem Triggerimpuls startet der Strahl von dieser Ruhelage aus, wandert mit konstanter Geschwindigkeit über den Schirm und kehrt dann von selbst in sehr kurzer Zeit in die Ausgangslage zurück. Durch entsprechende Wahl der zeitlichen Folge der Triggerimpulse können so Impulse in beliebigem Abstand, eventuell auch in nichtperiodischer Folge oder Einzelimpulse gegeben werden.

Mit S 1 in Stellung 2 wird R<sub>0</sub> 1 durch geeignete Einstellung von P 2 so vorgespannt, daß keine selbständigen Schwingungen auftreten. Ein an B angelegter positiver Impuls zündet das Thyatron, und entlädt C 1, wobei an R 1 ein positiver Impuls auftritt, der das eigentliche Kippgerät auslöst. R<sub>0</sub> 1 macht das Gerät von der Art der zur Verfügung stehenden Steuerimpulse weitgehend unabhängig und beliefert es mit stets gleichen Auslöseimpulsen. Durch den Taster T können Einzelimpulse von Hand aus gegeben werden.

Mit S 1 in Stellung 1 bildet R<sub>0</sub> 1 einen selbständig schwingenden Oszillator. Das Gerät erzeugt so Sägezahn-schwingungen in periodischer Folge, deren Frequenz mittels P 1 von 0,5—60 pro sec regelbar ist.

Die beiden Hälften von R<sub>0</sub> 2 bilden eine Flip-Flop-Schaltung, R<sub>0</sub> 3 und R<sub>0</sub> 4 einen Sägezahn-generator bekannter Art. Im stabilen Dauerzustand ist R<sub>0</sub> 2/1 gesperrt und R<sub>0</sub> 2/2 leitend. Der an dem Widerstand



2 auftretende Spannungsabfall von 35 V sperrt die Ladepentode Rö 3, so daß keine Aufladung von C 2 eintritt. Ein von Rö 1 kommender Auslöseimpuls führt die Flip-Flop-Schaltung in ihren zweiten Zustand — Rö 2/1 leitend und Rö 2/2 gesperrt — über. Die Ladepentode ist nunmehr geöffnet und es erfolgt eine zeitlineare Aufladung von C 2. Sobald an Rö 4 die zur Zündung nötige Anodenspannung erreicht ist entlädt sich C 2 in sehr kurzer Zeit (Rücklauf). Dabei erscheint an R 3 ein negativer Impuls, der dazu benützt wird die Flip-Flop-Schaltung in die Ausgangslage zurückzustellen, so daß Rö 3 wiederum gesperrt ist. In diesem Zustand verharrt die Schaltung beliebig lange, bis der nächste Steuer-Impuls eine weitere Sägezahnswingung auslöst.

Die Dauer der Sägezahnswingung ist durch Umschalten von C 2 in 5 Grobstufen und durch die Schirmgitterspannung der Ladepentode mittels P 3 fein, insgesamt von 1 sec — 0,25 millisee, regelbar.

Da hier die Pause zwischen den Sägezähnen beliebig lange sein kann und der Strahl während der Pause seitlich am Schirm stehen bleiben muß, ist ein direkt gekoppelter Symmetrieverstärker notwendig. (Rö 5, Rö 6). Dies hat zudem den Vorteil, daß das Schirmbild unabhängig von Sägezahndauer und Abstand immer in Schirmmitte stehenbleibt.

Auch bei gesperrter Rö 3 wird der Kondensator C 2 durch den Gitterstrom von Rö 4 langsam aufgeladen. Der große Widerstand R 4 vermeidet diese Erschei-

nung, indem er eine Ableitung darstellt, die die Aufladung durch den Gitterstrom überwiegt, ohne daß die Linearität der Schwingung beeinträchtigt wird.

Außer in Verbindung mit dem SUNSTEINschen Impulsformgenerator kann dieses Kippgerät als oszillographisches Zeitbasisgerät Anwendung finden, ins-

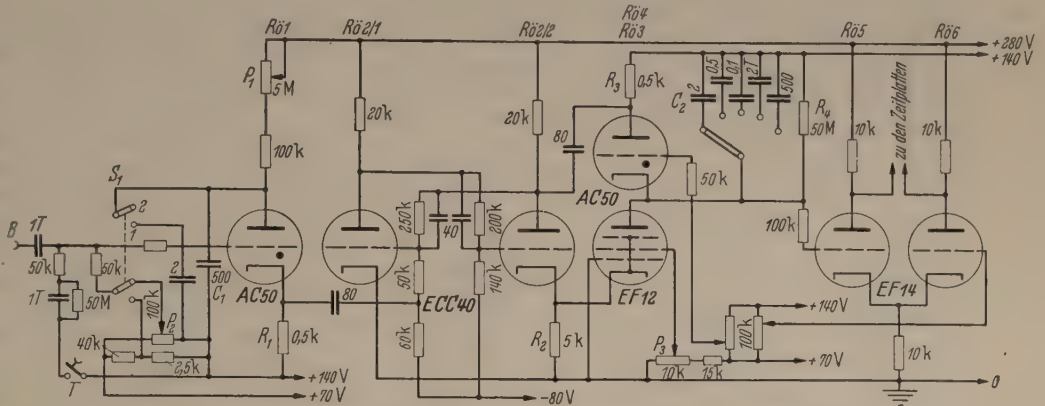


Abb. 1. Schaltung zur Erzeugung einzelner Sägezahnswingungen mit Auslöseimpulsen.

besondere wenn es darauf ankommt, daß bei getriggertem Vorlauf die ganze Zeitlinie am Schirm sichtbar ist.

#### Zusammenfassung.

Es wird ein getriggert Sägezahnswingenerator für oszillographische Zwecke beschrieben, bei dem der Strahl auf der Seite des Schirms in einem stabilen Zustand verharrt. Ein von außen zugeführter positiver Impuls löst einen von dieser Ruhelage ausgehenden zeitlinearen Vorlauf aus, nach dessen Vollendung der Strahl von selbst wieder in die stabile Ausgangslage zurückkehrt.

Literatur. [1] SEEFELDNER, W.: Z. angew. Phys. 6, 282, (1954).

Dr. WOLFGANG SEEFELDNER,  
Physikalisches Institut der Universität Innsbruck.

## Berichte.

### Gleichrichter mit *p-i-n*- bzw. mit *p-s-n*-Struktur unter Gleichstrombelastung.

VON ADOLF HERLET UND EBERHARD SPENKE.

Mit 18 Textabbildungen.

(Fortsetzung aus Heft 3, 1955, und Schluß.)

#### V. Der *p-i-n*-Gleichrichter bei starker Sperrbelastung.

##### 1. Einleitung und Berechnung der Stromspannungskennlinien.

Im Schlußabschnitt 4 des vorigen Kapitels IV haben wir gesehen, daß die in IV gemachten Näherungsannahmen von Sperrspannungen von ca. 0,5 Volt ab zu versagen beginnen. Trotzdem kann man das Endziel einer jeden Gleichrichtertheorie, nämlich die Angabe der Stromspannungskennlinien, sehr schnell auch für den Fall starker Sperrspannungen erreichen, ohne überhaupt auf feinere Einzelheiten der Konzentrationsverteilungen einzugehen. Wir brauchen dazu vielmehr die ganz grobe und bei Betrachtung der Ab-

bildungen 6 bzw. 15 ohne weiteres ersichtliche Tatsache, daß bei starken Sperrbelastungen in der Mittelzone —  $d' < x < +d'$  — beide Konzentrationen stark abgesenkt sind:

$$n \ll n_i \quad \text{für} \quad -d' < x < +d'. \quad (192)$$

Deshalb verschwindet die Rekombination  $rn$  völlig gegenüber der Neuerzeugung  $rn_i^2$  und der Rekombinationsüberschuß  $\Re$  wird gleich der negativen Neuerzeugung. Im einzelnen liefert (192) durch Einsetzen in (17)

$$\Re = -\frac{n_i}{x_1}. \quad (193)$$



Aus (131) folgt hiermit schließlich für den Stromdichtebeitrag des ganzen<sup>1</sup> Mittelgebiets

$$i_{\text{Mitte}} = -\frac{e n_i}{\mathfrak{E}_1} \cdot 2d. \quad (194)$$

Es ergibt sich also eine spannungsunabhängige Sättigungsstromdichte, die mit dem Ergebnis (165) bei schwachen Sperrbelastungen übereinstimmt. Das ist nicht verwunderlich, denn (165) bzw. (194) entstehen durch Abführung der gesamten Neuerzeugung im Mittelgebiet<sup>2</sup> und mehr kann eben auch durch Sperrspannungssteigerung aus dem Mittelgebiet nicht herausgeholt werden<sup>3</sup>.

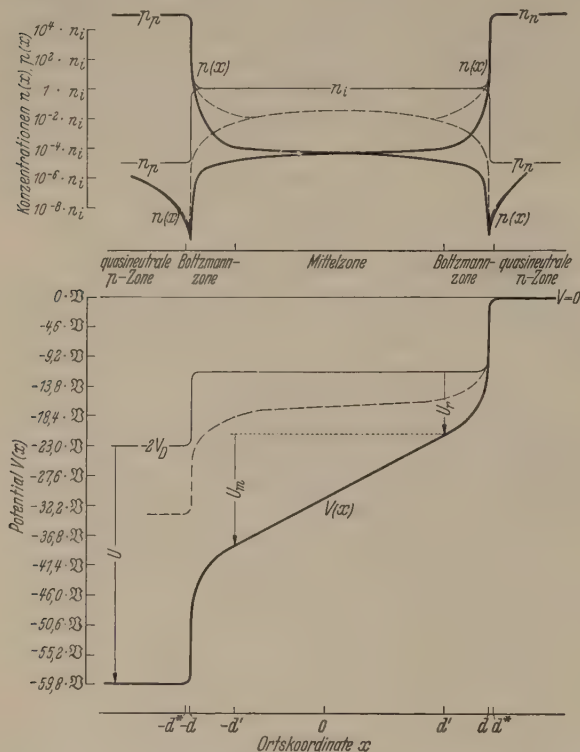


Abb. 16. Der *p-i-n*-Gleichrichter bei hoher Sperrbelastung. Konzentrations- und Potentialverlauf (schematisch).

Zum Strombeitrag (194) des Mittelgebiets kommen nach (130) noch die Beiträge der beiden hochdotierten Gebiete hinzu. Auch hierfür sind nur wenige grobe Züge der Konzentrationsverteilungen in den hochdotierten Gebieten entscheidend, nämlich das Zusammenfallen der Majoritätsträgerkonzentration mit der Dotierung und das annähernde Verschwinden der Minoritätsträgerkonzentration an der Grenze zwischen Mittelzone und hochdotiertem Gebiet. Auf Grund dieser beiden Tatsachen herrscht völlige Analogie zu den Verhältnissen in den „Diffusionsschwänzen“ eines SHOCKLEYSchen *p-n*-Gleichrichters und (135) ergibt

<sup>1</sup> Bezüglich der Beiträge der schmalen Randgebiete  $-d < x < -d'$  und  $+d' < x < +d$  vgl. Fußnote 1, S. 155, Heft 3.

<sup>2</sup> Deshalb ist (165) noch an die Voraussetzung  $d < L$  gebunden. Schwache Sperrbelastungen können eben nur eine schmale Mittelzone so weit leer räumen, daß die Rekombination nirgends mehr eine Rolle spielt. Starke Sperrbelastungen schaffen das dagegen auch bei breiteren Mittelzonen und deshalb ist (194) an keine Bedingung mehr über die Breite  $2d$  der Mittelzone gebunden, wenn nur die Sperrspannungen groß genug sind.

<sup>3</sup> Bei ganz hohen Sperrspannungen setzen freilich ganz neue Effekte ein, nämlich ZENER-Übergänge oder Stoßionisationen. Der dadurch entstehende Steilanstieg des Stromes begrenzt die Sperrfähigkeit des Gleichrichters.

für die Strombeiträge der hochdotierten Gebiete die spannungsunabhängigen Sättigungswerte

$$[i_n(-d)]_{V_f \rightarrow -\infty} = -i_{nS} = -e \frac{n_i^2}{n_A} \cdot \frac{D}{L_n}, \quad (195)$$

$$[i_p(+d)]_{V_f \rightarrow -\infty} = -i_{pS} = -e \frac{n_i^2}{n_D} \cdot \frac{D}{L_p}. \quad (196)$$

Insgesamt fließt also bei starken Sperrbelastungen eine spannungsunabhängige Stromdichte

$$i_{SSP} = -e n_i \left( \frac{2d}{\mathfrak{E}_1} + \frac{n_i}{n_A} \frac{D}{L_n} + \frac{n_i}{n_D} \frac{D}{L_p} \right). \quad (197)$$

Damit ist also die Strom-Spannungskennlinie für starke Sperrbelastungen ermittelt und man könnte geneigt sein, die weitere Behandlung der starken Sperrbelastungen für überflüssig zu halten. Nun dürfte aber die Kenntnis der Konzentrationsverteilungen und des Potentialverlaufs unerlässlich sein, wenn man das Geschehen im Gleichrichter wirklich verstehen will. Darüber hinaus ist aber auch die Kenntnis des Potentialverlaufs wichtig, wenn man sich über das Einsetzen der ZENER-Übergänge oder der Stoßionisation ein Bild machen will. Wir werden also im folgenden doch den Fall der starken Sperrbelastungen weiter verfolgen. Dabei geben wir zunächst in Abschn. 2 eine qualitative Beschreibung der Konzentrationsverteilungen und des Potentialverlaufs, an Hand deren die veränderten Näherungsannahmen geschildert werden können, die in Abschn. 3 eine quantitative Behandlung ermöglichen.

## 2. Qualitative Darstellung des Potentialverlaufes und der Konzentrationsverteilungen.

Der Potentialverlauf und die Konzentrationsverteilungen bei höheren Sperrspannungen, wie sie sich auf Grund der späteren quantitativen Überlegungen in Abschn. 3 ergeben, sind schematisch in Abb. 16 aufgetragen. Gegenüber dem gestrichelt gezeichneten Verlauf bei niedrigen Sperrspannungen (man vgl. auch Abb. 6) ergeben sich drei wesentliche Änderungen.

1. Die Konzentrationsverteilungen  $n(x)$  und  $p(x)$  fallen in der Mittelzone nicht mehr zusammen, sondern spalten gegeneinander auf. Das ist auch nicht weiter verwunderlich. Bei hohen Konzentrationen  $n(x)$  und  $p(x)$  wird ja die weitgehende Übereinstimmung beider Konzentrationsverteilungen einfach durch die Forderung nach Quasineutralität erzwungen. Es genügen nämlich schon verhältnismäßig geringe Raumladungsdichten, um in der breiten Mittelzone hohe Potentialunterschiede aufzubauen, die aber bei den geringen in Kap. IV behandelten äußeren Spannungen gar nicht auftreten konnten. Bei den hier behandelten hohen Sperrspannungen sind nun die Konzentrationen  $n(x)$  und  $p(x)$  in der Mittelzone so weit abgesenkt, daß selbst die völlig unkompenzierte Raumladung einer Teilchensorte allein keine im Vergleich zu den auftretenden Potentialunterschieden nennenswerte Potentialdifferenz mehr aufbauen kann. Die Quasineutralitätsbedingung wird hier also nicht mehr durch die gegenseitige Kompensation der Raumladungen von Elektronen und Defektelektronen erfüllt, sondern durch das Verschwinden dieser Raumladungen selbst. Für das Zusammenfallen beider Konzentrationsverteilungen  $n(x)$  und  $p(x)$  liegt also bei hohen Sperrspannungen gar kein Zwang mehr vor.

2. Die Minoritätsträger folgen in den BOLTZMANN-Zonen keiner BOLTZMANN-Verteilung mehr. Diese gilt



nur noch für die Majoritätsträger. An Hand der Abb. 16 wird das deutlich, wenn man die Konzentrationsverläufe in den BOLTZMANN-Zonen mit dem Potentialverlauf vergleicht, die ja bei der gewählten Darstellung logarithmische Auftragung der Konzentrationen und lineare Auftragung des Potentials) und bei den benutzten Maßstäben im Falle einer BOLTZMANN-Verteilung kongruent bzw. spiegelbildlich kongruent sein müssen. Das Versagen des BOLTZMANN-Ansatzes für die Minoritätsträger haben wir schon in Kap. IV Abschn. 4 kennengelernt. Der Grund hierfür liegt darin, daß die Annahme einer BOLTZMANN-Verteilung zu unzulässig starken Konzentrationsabsenkungen führen würde (z. B. in Abb. 16 entsprechend einem Anstieg der Majoritätsträger von  $10^{-4} \cdot n_i$  auf  $10^{+5} \cdot n_i$  zu einer Absenkung der Minoritätsträgerkonzentration von  $10^{-5} \cdot n_i$  auf  $10^{-14} \cdot n_i = 0,2 \text{ cm}^{-3}$ ). Eine zu starke Absenkung der Minoritätsträger ist nämlich deshalb unzulässig, weil ein endlicher Minoritätsträgerstrom geführt werden muß und zwar im Minimum der Minoritätsträgerkonzentration (etwa bei  $x = \pm d$ ) als reiner Feldstrom! Da die Feldstärke dort maximal etwa in der Größenordnung  $10^5 \text{ Volt/cm}$  liegt, ist z. B. bei  $x = -d$  zur Führung der Elektronenstromdichte  $|i_n(-d)| = i_{ns} \approx 10^{-7} \text{ Ampcm}^{-2}$  bei einer Beweglichkeit

$$\mu = 3000 \frac{\text{cm}^2}{\text{Volt sek}}$$

mindestens eine Elektronenkonzentration von etwa  $2 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-3} \approx 10^{-10} \cdot n_i$  erforderlich, die also um einen Faktor  $10^4$  höher liegt, als sie sich bei Annahme eines BOLTZMANN-Gleichgewichtes ergeben würde<sup>1</sup>.

3. Der Spannungsabfall  $U_m$  über der Mittelzone wird im Vergleich zu  $U_r$  und  $U_l$  sehr erheblich. Bei einer Steigerung der Sperrspannung entfällt nur mehr ein verschwindender Anteil der zusätzlichen Spannung auf die BOLTZMANN-Zonen, während die Mittelzone fast die gesamte Spannungserhöhung auffängt. Der Grund hierfür liegt wiederum in der Begrenzung der Konzentrationsabsenkung, diesmal aber der Majoritätsträgerkonzentration. Man braucht sich nur zu überlegen, daß ein Potentialabfall von nur 2 Volt in der BOLTZMANN-Zone eine Absenkung der Majoritätsträgerkonzentration (für diese gilt ja die BOLTZMANN-Verteilung) um den Faktor  $10^{33}$  bewirkt, also bei einer Randkonzentration  $n(d^*) = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  eine Konzentration  $n(d') = 10^{-15} \text{ cm}^{-3} = 1$  Elektron pro  $\text{km}^3$  am Ende der BOLTZMANN-Zone erzeugen würde. Solch niedrige Konzentrationen sind aber auch bei sehr hohen Sperrspannungen nicht möglich. Die Absenkung der Konzentrationen ist nämlich wieder dadurch begrenzt, daß mit den vorhandenen Stromträgern der Sperrstrom geführt werden muß.

<sup>1</sup> Das Rechnen mit einem OHMSchen Ansatz  $i = e n \mu \mathcal{E}$  ist freilich bei Feldstärken von  $10^5 \text{ Volt cm}^{-1}$  recht problematisch, wie bereits in Kap. II, Abschn. 1, S. 100, Heft 2, besprochen wurde. Neben den dort und in Fußnote 1, S. 203, angedeuteten Gesichtspunkten der SNOCKLEYSchen Theorie der heißen Elektronen ist vielleicht noch zu bedenken, daß das ganze Gebiet hoher Feldstärken schmal ist, verglichen mit der freien Weglänge der Minoritätsträger, so daß hier eigentlich nicht die Feld- und Diffusionsstromansätze der Diffusionstheorie, sondern die Anlauf- und Sättigungsstromansätze der Diodentheorie zu machen wären. Wir wollen jedoch im folgenden darauf verzichten, eine exakte Berechnung des Konzentrationsverlaufes in diesem schmalen Bereich durchzuführen, und begnügen uns daher mit dem Feldstromansatz  $i = e \mu n \mathcal{E}$ , der wenigstens in der Größenordnung einigermaßen richtige Ergebnisse liefern dürfte.

Der Sperrstrom kann nun am Ende der BOLTZMANN-Zone bzw. am Beginn der Mittelzone entweder überwiegend als Feldstrom oder überwiegend als Diffusionsstrom geführt werden<sup>1</sup>. In beiden Fällen erhalten wir für die maximal mögliche Absenkung der Majoritätsträgerkonzentration am Ende der BOLTZMANN-Zone die gleiche Abschätzung.

Nehmen wir zunächst einmal an, daß an der Grenze zwischen Mittelzone und rechter BOLTZMANN-Zone bei  $x = +d'$  der Majoritätsträgerstrom, in diesem Fall also der Elektronenstrom, im wesentlichen als Feldstrom geführt wird. Dann ist die Konzentration  $n(d')$  am Ende der BOLTZMANN-Zone begrenzt durch die Bedingung

$$n(d') = \frac{i_n(d')}{e \mu \mathcal{E}(d')}.$$

Bei  $d'$  wird nun der Gesamtstrom noch fast ausschließlich als Elektronenstrom geführt und es ist daher

$$|i_n(d')| \approx i_{s_{sp}} \approx 2 e n_i \frac{d}{\mathcal{L}_1} = 2 e n_i \frac{d}{L(-\infty)} \cdot \frac{\mu \cdot \mathcal{B}}{L(-\infty)},$$

wenn wir nach Gl. (107) die Diffusionslänge im Mittelgebiet bei hohen Sperrspannungen

$$L(-\infty) = \sqrt{D \mathcal{L}_1} = \sqrt{\mu \cdot \mathcal{B} \cdot \mathcal{L}_1}$$

einführen. Andererseits ist wegen der in der Mittelzone fehlenden Raumladung die Feldstärke in der Mittelzone praktisch konstant und es gilt daher wegen

$$|\mathcal{E}(d')| \cdot 2 d' \approx |U_m| < |U|$$

$$|\mathcal{E}(d')| < \frac{|U|}{2 d'} \approx \frac{|U|}{2 d}.$$

Damit wird schließlich

$$n(d') > n_i \left( \frac{2 d}{L(-\infty)} \right)^2 \cdot \frac{\mathcal{B}}{|U|}.$$

Da  $2 d$  und  $L(-\infty)$  normalerweise etwa von gleicher Größenordnung sind, ergibt sich selbst für eine Sperrspannung von  $1000 \text{ Volt} \approx 4 \cdot 10^4 \mathcal{B}$  immer noch eine Konzentration  $n(d') \approx 2,5 \cdot 10^{-5} n_i \approx 10^3 \text{ cm}^{-3}$ .

Nehmen wir dagegen an, daß in der Mittelzone der Strom überwiegend als Diffusionsstrom geführt wird, so müßte die Elektronenkonzentration von  $+d'$  aus nach links ansteigen, damit die im Sperrfall vorgeschriebene Stromrichtung zustande kommt. Dann würde aber bei  $x \approx d'$  ein Minimum der Elektronenkonzentration vorliegen. Der Konzentrationsgradient würde dort also verschwinden und der Elektronenstrom müßte bei  $x \approx d'$  doch wieder als reiner Feldstrom geführt werden, so daß sich wiederum die eben besprochene Abschätzung für  $n(d')$  ergibt.

Die Begrenzung der Konzentrationsabsenkung bedeutet natürlich auch eine Begrenzung des Spannungsabfalls  $U_r$  in der BOLTZMANN-Zone. Dieser ist ja nach Gl. (81) mit  $n(d')$  durch die Beziehung

$$|U_r| = \mathcal{B} \cdot \ln \frac{n_i}{n(d')}$$

verknüpft. Man erhält deshalb mit unserer Abschätzungsformel für  $n(d')$  und für  $2 d \approx L(-\infty)$

$$\frac{|U_r|}{\mathcal{B}} \lesssim \ln \frac{|U|}{\mathcal{B}}.$$

<sup>1</sup> Prinzipiell ist natürlich noch denkbar, daß sich Feld- und Diffusionsströme, die von gleicher Größenordnung sind, gegenseitig beim Stromtransport unterstützen. Das könnte maximal einen Faktor 2 in der Abschätzung geben. Nicht einmal dieser Faktor würde jedoch im vorliegenden Fall auftreten, da hier das gleiche Argument wirksam wird, das wir bei der Annahme reinen Diffusionsstromes anwenden (vgl. weiter unten).



Um also in der BOLTZMANN-Zone etwa eine Spannung  $U_r = 0,5$  Volt  $\approx 18 \mathfrak{B}$  unterzubringen, müßte man demnach mindestens eine Sperrspannung

$$U_{sp} = \mathfrak{B} \cdot e^{18} \approx 2 \cdot 10^6 \text{ Volt}$$

anlegen. Der Spannungsabfall  $U_r + U_i$  in den BOLTZMANN-Zonen ist daher auf Beträge von der Größenordnung 1 Volt begrenzt; der Hauptteil der Sperrspannung muß also über der Mittelzone abfallen, in der infolgedessen bei hohen Sperrbelastungen erhebliche Feldstärken auftreten können<sup>1</sup>.

Die wesentlichen Unterschiede, die sich bei hoher Sperrbelastung gegenüber dem Fall niedriger Sperrbelastung ergeben, werden also beschrieben durch:

1. das Auseinanderklaffen der Konzentrationsverteilungen  $n(x)$  und  $p(x)$  in der Mittelzone.

2. Das Versagen des BOLTZMANN-Ansatzes für die Minoritätsträger.

3. Die Begrenzung der Spannungsabfälle  $U_r$  und  $U_i$  in den BOLTZMANN-Zonen, bzw. die hohen in der Mittelzone auftretenden Feldstärken.

Ihren Niederschlag finden diese Aussagen in den Näherungsannahmen, von denen wir bei der quantitativen Behandlung des  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichters bei hohen Sperrbelastungen in Abschn. 3 ausgehen wollen. Wir werden diese Annahmen hier zunächst analog wie in Kap. IV Abschn. 1 ohne Beweis formulieren und später an Hand der Ergebnisse ihre Berechtigung nachweisen.

#### a) Die Mittelzone.

Die Diffusionsanteile des Elektronenstromes und des Defektelektronenstromes werden vernachlässigt. Mit der vereinfachenden Voraussetzung (90)  $\mu_n = \mu_p = \mu$  soll also gelten:

$$i_n(x) = e \mu n(x) \mathfrak{E}(x) \quad -d' \leq x \leq +d' \quad (198)$$

$$i_p(x) = e \mu p(x) \mathfrak{E}(x) \quad -d' \leq x \leq +d' \quad (199)$$

#### b) Die BOLTZMANN-Zonen.

Die Majoritätsträgerkonzentrationen folgen auch bei hohen Sperrbelastungen einer BOLTZMANN-Verteilung

<sup>1</sup> R. C. PRIM [4] hat die Feldverteilung im sperrbelasteten  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter berechnet unter der Annahme, daß überall, also auch im gesamten undotierten Mittelgebiet, BOLTZMANN-Gleichgewicht herrscht. Die Begründung für diese Annahme wird in einer Integralabschätzung ([4], S. 667) gegeben, bei der PRIM von der Tatsache ausgeht, daß

$$\int_{-d}^{+d} i_{n \text{ Diff}}(x) dx = e D \int_{-d}^{+d} \frac{dn}{dx} dx \approx e D n(d) \gg |2 d \cdot i| > \int_{-d}^{+d} i_n(x) dx$$

ist, wobei er  $e D n(d) \gg |2 d \cdot i|$  an Hand von Zahlenwerten bestätigt. Er schließt daraus

$$i_{n \text{ Diff}} \gg |i_n(x)| \quad -d \leq x \leq d.$$

Dieser Schluß ist aber falsch, denn fast der gesamte Wert

$$\int_{-d}^{+d} \frac{dn}{dx} dx = \int_{-d}^{+d'} \frac{dn}{dx} dx + \int_{+d'}^{+d} \frac{dn}{dx} dx \approx 0 + n(d)$$

wird in der schmalen Randzone  $d' \leq x \leq d$  geliefert, in der tatsächlich BOLTZMANN-Gleichgewicht herrscht, während die Integration über den weiten Bereich  $-d \leq x \leq +d'$  praktisch keinen Beitrag liefert.

PRIM interessiert sich indessen nur für die Feldverteilung im  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter und diese ergibt sich freilich auch bei Annahme einer BOLTZMANN-Verteilung in der Mittelzone richtig. Erst die Anwendung der PRIMschen Annahme zur Ermittlung der Konzentrationsverteilungen, der Ströme und der FERMI-Niveaus der Elektronen und Defektelektronen führt zu falschen Ergebnissen.

lung

$$p(x) \sim e^{-\frac{V(x)}{\mathfrak{B}}} \quad -d^* \leq x \leq -d' \quad (200)$$

und

$$n(x) \sim e^{+\frac{V(x)}{\mathfrak{B}}} \quad +d' \leq x \leq +d^* \quad (201)$$

Dagegen werden die Minoritätsträgerströme auch in den BOLTZMANN-Zonen als Feldströme geführt<sup>1</sup>. Es wird also die gleiche Näherungsbeziehung angesetzt, wie in der Mittelzone

$$i_n(x) = e \mu n(x) \mathfrak{E}(x) \quad -d^* \leq x \leq -d', \quad (202)$$

$$i_p(x) = e \mu p(x) \mathfrak{E}(x) \quad +d' \leq x \leq +d^* \quad (203)$$

#### c) Die quasineutrale $p$ - und $n$ -Zone.

Hier ändert sich wenig gegenüber den in Kap. IV Abschn. 1 beschriebenen Verhältnissen. Der Minoritätsträgerstrom wird nach wie vor als Diffusionsstrom geführt. Die Konzentrationen der Majoritätsträger sind wie bisher durch (78) und (79)

$$p(x) = p_p = n_{A-} \quad x \leq -d^*, \quad (78)$$

$$n(x) = n_n = n_{D+} \quad +d^* \leq x \quad (79)$$

gegeben. Die Randkonzentrationen der Minoritätsträger  $n$  ( $-d^*$ ) und  $p$  ( $+d^*$ ) sind allerdings jetzt nicht durch (87) und (84) festgelegt. Sie sind schwer zu erfassen, allerdings auch unwesentlich geworden, wie wir sehen werden. (In bezug auf die Stromberechnung siehe hierzu Ende von Abschn. 1, S. 196 und in bezug auf die Konzentrationsverteilung siehe hierzu Abschn. 3 Abs. c, S. 201).

Auf Grund dieser in  $a$ – $c$  angegebenen Näherungsannahmen werden wir die quantitative Behandlung des in Sperrichtung hochbelasteten  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichters durchführen. Dabei benötigen wir, wie aus (198); (199); (202) und (203) hervorgeht, den Ortsverlauf des Elektronen- und des Defektelektronenstromes. Diesen können wir aber auf Grund der in Abschn. 1 ausgeführten Überlegungen innerhalb der Mittelzone sofort angeben.

Da der Rekombinationsüberschuß bei hohen Sperrbelastungen in der ganzen Mittelzone den ortsunabhängigen Wert (193) annimmt, ergibt die Integration der Fundamentalgleichungen (26) und (27) einen linearen Verlauf von  $i_p(x)$  und  $i_n(x)$  in der Mittelzone. Mit der Diffusionslänge

$$L(-\infty) = \sqrt{D \mathfrak{E}_1}, \quad (204)$$

die sich aus (107) für  $U_r \rightarrow -\infty$  ergibt, und mit den Randbedingungen (195) und (196) erhalten wir

$$i_n(x) = -e n_i \frac{D}{L(-\infty)} \left\{ \frac{d+x}{L(-\infty)} + \frac{n_i}{n_{A-}} \frac{L(-\infty)}{L_n} \right\} \quad -d \leq x \leq +d, \quad (205)$$

$$i_p(x) = -e n_i \frac{D}{L(-\infty)} \left\{ \frac{d-x}{L(-\infty)} + \frac{n_i}{n_{D+}} \frac{L(-\infty)}{L_p} \right\} \quad -d \leq x \leq +d. \quad (206)$$

Den Verlauf von  $i_n(x)$  und  $i_p(x)$  und die jeweilige Zusammensetzung aus Feld- und Diffusionsstromdichte zeigt Abb. 17. Der Betrag  $|i_p(x)|$  (oberer Teil von Abb. 17) sinkt von dem Wert  $i_{ssp} - i_{ns}$  bei  $x = -d$  in der Mittelzone linear auf den Wert  $i_{ps}$  bei  $x = +d$

<sup>1</sup> Vgl. Fußnote 1, S. 197 links.



ab<sup>1</sup>. Weiter rechts im  $n$ -Gebiet verschwindet  $|i_p(x)|$  allmählich, allerdings infolge des niedrigen Wertes der Paarerzeugung im  $n$ -Gebiet nur verhältnismäßig langsam. In der Mittelzone —  $d' \leq x \leq +d'$  ist  $i_{p\text{ Diff}}(x)$  sehr klein und  $i_p(x)$  wird fast ausschließlich als Feldstrom geführt; im Gegensatz dazu verschwindet rechts im  $n$ -Gebiet die Feldstromdichte  $i_{p\text{ Feld}}(x)$  und  $i_p(x)$  wird als Diffusionsstrom geführt. Der Übergang von Feld- zum Diffusionsstrom erfolgt etwa bei  $x = +d^*$ . Links von  $-d'$  setzt das BOLTZMANN-Gleichgewicht der Defektelektronen ein. Feld- und Diffusionsstrom werden hier dem Betrage nach sehr groß. Das  $p$ -Gebiet links von  $-d$  ist in Abb. 17 nicht mit eingezeichnet, da wir den dort vorliegenden etwas komplizierten Verlauf von  $i_{p\text{ Diff}}$  und  $i_{p\text{ Feld}}$  hier nicht näher erörtern wollen. Der untere Teil von Abb. 17 zeigt entsprechend den Verlauf von  $i_n(x)$ . Hier verläuft alles analog wie in der oberen Bildhälfte, jedoch spiegelbildlich zur Achse  $x = 0$ .

Mit dieser Betrachtung wollen wir die überwiegend qualitativen Überlegungen dieses Abschn. 2 abschließen und im folgenden Abschn. 3 die quantitativen Folgerungen daraus ziehen.

### 3. Quantitative Schlußfolgerungen.

#### a) Die Mittelzone — $d' \leq x \leq +d'$ .

In der Mittelzone erhalten wir für die 3 unbekannten Funktionen  $n(x)$ ,  $p(x)$  und  $\mathfrak{E}(x)$  folgendes Gleichungssystem: Mit der Näherungsannahme, daß der Elektronen- und Defektelektronenstrom als reine Feldströme geführt werden (Gl. (198) und (199)) und mit dem durch (205) und (206) gegebenen Verlauf von  $i_n(x)$  und  $i_p(x)$  wird:

$$e\mu n(x)\mathfrak{E}(x) = -en_i \frac{D}{L(-\infty)} \left\{ \frac{d+x}{L(-\infty)} + \frac{n_i}{n_{A-}} \frac{L(-\infty)}{L_n} \right\} \quad (207)$$

$$e\mu p(x)\mathfrak{E}(x) = -en_i \frac{D}{L(-\infty)} \left\{ \frac{d-x}{L(-\infty)} + \frac{n_i}{n_{D+}} \frac{L(-\infty)}{L_p} \right\}. \quad (208)$$

Hinzu kommt die Poissonsche Gleichung

$$p(x) - n(x) = \frac{\varepsilon}{4\pi e} \cdot \frac{d\mathfrak{E}}{dx}. \quad (209)$$

Dieses Gleichungssystem läßt sich leicht auf eine einfache Differentialgleichung für  $\mathfrak{E}(x)$  allein reduzieren. Wenn man (207) von (208) subtrahiert und (209) mit  $\mathfrak{E}(x)$  multipliziert, findet man durch Gleichsetzen des bei beiden Operationen auftretenden Terms  $\{p(x) - n(x)\}\mathfrak{E}(x)$ :

$$\frac{d}{dx} \mathfrak{E}^2 = 2 \frac{4\pi e n_i}{\varepsilon \mu} \cdot \frac{D}{L(-\infty)} \left\{ \frac{2x}{L(-\infty)} + \frac{n_i}{n_{A-}} \frac{L(-\infty)}{L_n} - \frac{n_i}{n_{D+}} \frac{L(-\infty)}{L_p} \right\}. \quad (210)$$

Führt man hier nach (42) die DEBYELänge  $x_{0i}$  im Mittelgebiet ein, und benutzt man die NERNST-TOWNSEND-EINSTEIN-Beziehung

$$D = \mu \cdot \mathfrak{R}$$

so liefert die Integration von (210)

$$\mathfrak{E}^2(x) = \mathfrak{E}^2(0) + 2 \left( \frac{\mathfrak{R}}{x_{0i}} \right)^2 \left\{ \left( \frac{x}{L(-\infty)} \right)^2 + \frac{x}{L(-\infty)} \left( \frac{n_i}{n_{A-}} \frac{L(-\infty)}{L_n} - \frac{n_i}{n_{D+}} \frac{L(-\infty)}{L_p} \right) \right\}. \quad (211)$$

<sup>1</sup> Die gezeichnete Kurve steigt und sinkt nicht, da in Abb. 17 das negative  $i_p(x)$  und nicht  $|i_p(x)|$  gezeichnet ist.

Betrachten wir zunächst das ortsabhängige Glied

$$2 \left( \frac{\mathfrak{R}}{x_{0i}} \right)^2 \left\{ \left( \frac{x}{L(-\infty)} \right)^2 + \frac{x}{L(-\infty)} \left( \frac{n_i}{n_{A-}} \frac{L(-\infty)}{L_n} - \frac{n_i}{n_{D+}} \frac{L(-\infty)}{L_p} \right) \right\}$$

in (211). Es rührt her von der noch in der Mittelzone vorhandenen schwachen Raumladung und ist unabhängig von der äußeren Spannung. Mit wachsender Sperrspannung verschwindet es daher gegenüber  $\mathfrak{E}^2(0)$ . Da  $L(-\infty)$ ,  $L_n$  und  $L_p$  von etwa gleicher Größenordnung sind, ist der in  $x$  lineare Term in der geschweiften Klammer wegen  $n_i \ll n_{A-}$  und  $n_i \ll n_{D+}$  vernachlässigbar gegenüber dem Term  $\left( \frac{x}{L(-\infty)} \right)^2$ , mit Ausnahme der unmittelbaren Umgebung von  $x = 0$ , in der aber beide Summanden verschwinden. Das ortsabhängige

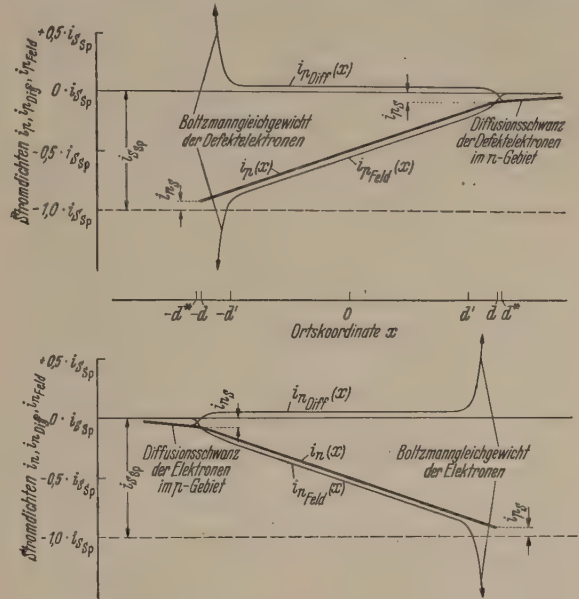


Abb. 17. Die örtliche Verteilung der Teilströme bei hoher Sperrbelastung oben:  $i_p(x) = i_{p\text{ Feld}}(x) + i_{p\text{ Diff}}(x)$ , unten:  $i_n(x) = i_{n\text{ Feld}}(x) + i_{n\text{ Diff}}(x)$ . Schematische Darstellung: Die Strombeiträge  $i_{nS}$  und  $i_{pS}$  der Diffusionschwänze und die Diffusionsströme  $i_{p\text{ Diff}}(x)$  und  $i_{n\text{ Diff}}(x)$  sind übertrieben groß gezeichnet.

Glied in (211) erreicht daher seinen Maximalwert bei  $x = \pm d' \approx \pm d$ . Wir können es also vernachlässigen, sofern wir uns auf Sperrspannungen beschränken, bei denen

$$\mathfrak{E}^2(0) \gg 2 \left( \frac{\mathfrak{R}}{x_{0i}} \right)^2 \left( \frac{d}{L(-\infty)} \right)^2 \quad (212)$$

ist.<sup>1</sup>

Mit der Einschränkung (212) erhalten wir als Lösung des Gleichungssystems (207) bis (209)

$$\mathfrak{E}(x) \approx \mathfrak{E}(0) = -\mathfrak{E}_m, \quad (213)$$

wenn wir unter  $\mathfrak{E}_m$  den Absolutwert der ortsunabhängigen Feldstärke in der Mittelzone verstehen wollen; (213) in (207) und (208) eingesetzt, ergibt weiter

$$n(x) = n_i \frac{\mathfrak{R}/L(-\infty)}{\mathfrak{E}_m} \left( \frac{d+x}{L(-\infty)} + \frac{n_i}{n_{A-}} \frac{L(-\infty)}{L_n} \right) \quad (214)$$

und

$$p(x) = n_i \frac{\mathfrak{R}/L(-\infty)}{\mathfrak{E}_m} \left( \frac{d-x}{L(-\infty)} + \frac{n_i}{n_{D+}} \frac{L(-\infty)}{L_p} \right). \quad (215)$$

<sup>1</sup> Bei vernünftiger Breite der Mittelzone bedeutet das selbst bei Germanium mit seinem sehr kleinen Wert von  $x_{0i} = 1 \mu$ , wie wir noch sehen werden (siehe S. 205), keine wesentliche Einschränkung. Bei Halbleitermaterialien mit höherer Bandbreite als Germanium wird  $x_{0i}$  größer und daher die Einschränkung erst recht unerheblich.



Die Gln. (213), (214) und (215) geben eine vollständige Näherungslösung für die Mittelzone, wobei die Feldstärke  $\mathfrak{E}_m$  als Parameter fungiert. Den Zusammenhang zwischen  $\mathfrak{E}_m$  und  $U$  können wir jedoch erst nach der Behandlung der BOLTZMANN-Zonen angeben. Die Gln. (213) bis (215) sind sehr einfach und bedürfen kaum der Interpretation: Die Feldstärke ist in der ganzen Mittelzone konstant. Die Konzentrationen der Elektronen und Defektelektronen verlaufen daher genau wie der Elektronen- und Defektelektronenstrom linear in der Mittelzone (allerdings nicht mehr in den im Mittelgebiet gelegenen Teilen der BOLTZMANN-Zonen). Bei wachsender Sperrspannung werden beide Konzentrationen gleichmäßig mit  $\frac{1}{\mathfrak{E}_m}$  abgesenkt.

Als Randwerte der Konzentrationen am Ende der BOLTZMANN-Zonen  $x = \pm d'$  erhalten wir aus (214) und (215)<sup>1</sup>

$$n(+d') = n_i \frac{\mathfrak{B}/L(-\infty)}{\mathfrak{E}_m} \left( \frac{d+d'}{L(-\infty)} + \frac{n_i}{n_{A-}} \frac{L(-\infty)}{L_n} \right) \approx n_i \frac{\mathfrak{B}/L(-\infty)}{\mathfrak{E}_m} \cdot \frac{2d}{L(-\infty)}, \quad (216)$$

$$n(-d') = n_i \frac{\mathfrak{B}/L(-\infty)}{\mathfrak{E}_m} \left( \frac{d-d'}{L(-\infty)} + \frac{n_i}{n_{A-}} \frac{L(-\infty)}{L_n} \right), \quad (217)$$

$$p(+d') = n_i \frac{\mathfrak{B}/L(-\infty)}{\mathfrak{E}_m} \left( \frac{d-d'}{L(-\infty)} + \frac{n_i}{n_{D+}} \frac{L(-\infty)}{L_p} \right), \quad (218)$$

$$p(-d') = n_i \frac{\mathfrak{B}/L(-\infty)}{\mathfrak{E}_m} \left( \frac{d+d'}{L(-\infty)} + \frac{n_i}{n_{D+}} \frac{L(-\infty)}{L_p} \right) \approx n_i \frac{\mathfrak{B}/L(-\infty)}{\mathfrak{E}_m} \cdot \frac{2d}{L(-\infty)}. \quad (219)$$

Aus (213) folgt

$$\mathfrak{E}(d') = -\mathfrak{E}_m \quad (220)$$

und schließlich erhalten wir für den Spannungsabfall  $U_m$  über der Mittelzone

$$U_m = -2d' \mathfrak{E}_m. \quad (221)$$

Mit diesen Werten können wir nun den Anschluß an die Lösung in der BOLTZMANN-Zone herstellen, der wir uns jetzt zuwenden wollen.

b) Die BOLTZMANN-Zone  $d' < x < d^*$ .

Die Majoritätsträgerkonzentration folgt im Raumladungsgebiet auch bei hoher Sperrbelastung näherungsweise einer BOLTZMANN-Verteilung. Es gilt also wieder

$$n(d') = n_i e^{\frac{U_r}{\mathfrak{B}}}, \quad (81)$$

woraus man durch Vergleich mit (216) den Spannungsabfall über dem rechten Raumladungsgebiet

$$U_r = \mathfrak{B} \ln \frac{n(d')}{n_i} = -\mathfrak{B} \ln \left\{ \frac{\mathfrak{E}_m}{\mathfrak{B}/L(-\infty)} \cdot \frac{L(-\infty)}{2d'} \right\} \quad (222)$$

erhält. Den Zusammenhang zwischen Potentialverlauf und Elektronenkonzentration können wir mit

$$V(\infty) = 0, \quad n(\infty) = n_{D+}$$

in der Form

$$n(x) = n_{D+} e^{\frac{V(x)}{\mathfrak{B}}} \quad (223)$$

<sup>1</sup> Wir benutzen hier wieder die Beziehung  $d' \approx d$ , deren Verifikation für das hohe Sperrgebiet allerdings noch durchgeführt werden muß (vgl. Absatz c).

beschreiben. Zur Berechnung der Ortsabhängigkeit der Elektronenkonzentration  $n(x)$  bzw. des Potentials  $V(x)$  müssen wir wieder die POISSONSche Gleichung integrieren (Abschn.  $\alpha$  und  $\beta$ ). Wir wollen diese Aufgabe im folgenden durchführen, dabei jedoch keine Vollständigkeit anstreben sondern uns mit einigen wichtigen Einzelergebnissen begnügen. Dabei werden wir vor allem die Konzentrationswerte  $n(d)$  bzw.  $p(d)$  und den Feldstärkenwert  $\mathfrak{E}(d)$  sowie das Potential  $V(d)$  am Rande  $x = d$  des undotierten Mittelgebietes ermitteln (Abschn.  $\gamma$ ). Elektronenkonzentration  $n(d)$  und Potential  $V(d)$  sind dabei miteinander durch (223) verknüpft. Dagegen ist die Defektelektronenkonzentration  $p(d)$  unmittelbar mit der Feldstärke  $\mathfrak{E}(d)$  verbunden. Nach (203) wird nämlich der Defektelektronenstrom auch im rechten Raumladungsgebiet als Feldstrom geführt und es gilt daher mit (196) und mit  $D = \mu \mathfrak{B}$  (NERNST-TOWNSEND-EINSTEIN)

$$p(d) = \frac{i_p(d)}{e \mu \mathfrak{E}(d)} = n_i \cdot \frac{n_i}{n_{D+}} \cdot \frac{\mathfrak{B}/L_p}{|\mathfrak{E}(d)|}. \quad (224)$$

Schließlich ist dann noch die Breite der BOLTZMANN-Zone abzuschätzen (Abschn.  $\delta$ ).

$\alpha$ ) Das undotierte Gebiet  $d' \leq x \leq d$ .

Hier kann jetzt im Gegensatz zu Kap. III und IV die Minoritätsträgerkonzentration  $p(x)$  in der Raumladungsbilanz völlig vernachlässigt werden. Wie ein Vergleich von (216) mit (218) zeigt<sup>1</sup>, ist nämlich schon bei  $x = d'$ , erst recht also bei  $x > d'$

$$p(x) \ll n(x). \quad (225)$$

Mit  $p(x) \approx 0$  und (223) ergibt eine einmalige Integration der POISSONSchen Gleichung

$$\mathfrak{E}^2(x) = 2 \left( \frac{\mathfrak{B}}{x_{0i}} \right)^2 \cdot \frac{n_{D+}}{n_i} \left( e^{\frac{V(x)}{\mathfrak{B}}} - e^{\frac{V(d')}{\mathfrak{B}}} \right) + \mathfrak{E}_m^2. \quad (226)$$

Dabei ist die Integrationskonstante so gewählt worden, daß die Randbedingung (220) erfüllt ist. Für  $x = d$  liefert (226) die Beziehung

$$\mathfrak{E}^2(d) = 2 \left( \frac{\mathfrak{B}}{x_{0i}} \right)^2 \cdot \frac{n_{D+}}{n_i} \left( e^{\frac{V(d)}{\mathfrak{B}}} - e^{\frac{V(d')}{\mathfrak{B}}} \right) + \mathfrak{E}_m^2. \quad (227)$$

$\beta$ ) Das hochdotierte Gebiet  $d \leq x \leq d^*$ .

Hier gilt wie in III Abschn. 2 die Beziehung

$$\mathfrak{E}^2(x) = 2 \left( \frac{\mathfrak{B}}{x_{0n}} \right)^2 \left( e^{\frac{V(x)}{\mathfrak{B}}} - \frac{V(x)}{\mathfrak{B}} - 1 \right). \quad (52)$$

Mit  $\left( \frac{1}{x_{0n}} \right)^2 = \left( \frac{1}{x_{0i}} \right)^2 \cdot \frac{n_{D+}}{n_i}$  erhalten wir für  $x = d$

$$\mathfrak{E}^2(d) = 2 \left( \frac{\mathfrak{B}}{x_{0i}} \right)^2 \cdot \frac{n_{D+}}{n_i} \left( e^{\frac{V(d)}{\mathfrak{B}}} - \frac{V(d)}{\mathfrak{B}} - 1 \right). \quad (228)$$

$\gamma$ ) Der Anschluß beider Gebiete.

Durch Gleichsetzen der beiden Ausdrücke (227) und (228) für  $\mathfrak{E}^2(d)$  erhalten wir eine Bestimmungsgleichung für den Potentialwert  $V(d)$ .

Mit Vernachlässigung von

$$e^{\frac{V(d')}{\mathfrak{B}}} = \frac{n(d')}{n_{D+}} \text{ gegenüber } 1$$

<sup>1</sup> Man beachte die nebenstehende Fußnote 1.



kommt

$$-\frac{V(d)}{\mathfrak{B}} = \frac{1}{2} \mathfrak{E}_m^2 \cdot \left(\frac{x_{0i}}{\mathfrak{B}}\right)^2 \cdot \frac{n_i}{n_{D^+}} + 1. \quad (229)$$

In dieser Gleichung verwenden wir jetzt die Feldstärke  $\mathfrak{E}$  bei  $x=d$  im unbelasteten Gleichrichter (s. Kap. III), also die Größe

$$\mathfrak{E}(d)|_{U=0} = \mathfrak{E}(d; 0).$$

Gemäß (70) ergibt sich

$$-\frac{V(d)}{\mathfrak{B}} = \frac{1}{e} \frac{\mathfrak{E}_m^2}{\mathfrak{E}^2(d; 0)} + 1. \quad (230)$$

Bei kleinen Werten von  $\mathfrak{E}_m$  schließt (230) an die Beziehung (65) bzw. (117)

$$V(d) = -\mathfrak{B} \quad (65); (117)$$

im unbelasteten bzw. in Sperrrichtung schwach belasteten Gleichrichter an. Für die Feldstärke  $\mathfrak{E}(d)$  an der Dotierungsgrenze erhalten wir durch Einsetzen von (230) in (228)

$$\mathfrak{E}(d) = -\sqrt{\mathfrak{E}_m^2 + \mathfrak{E}^2(d; 0) \cdot \exp\left\{-\frac{1}{e} \frac{\mathfrak{E}_m^2}{\mathfrak{E}^2(d; 0)}\right\}}. \quad (231)$$

Für die Konzentration der Majoritätsträger bei  $x=d$  ergibt sich durch Einsetzen von (230) in (223)

$$n(d) = n_{D^+} \cdot e^{-1} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{e} \frac{\mathfrak{E}_m^2}{\mathfrak{E}^2(d; 0)}\right\}, \quad (232)$$

und schließlich erhalten wir aus (224) durch Einsetzen von (231)

$$p(d) = \frac{n_i^2}{n_{D^+}} \frac{\mathfrak{B}/L_p}{\sqrt{\mathfrak{E}_m^2 + \mathfrak{E}^2(d; 0) \exp\left\{-\frac{1}{e} \frac{\mathfrak{E}_m^2}{\mathfrak{E}^2(d; 0)}\right\}}}. \quad (233)$$

#### δ) Die Breite der BOLTZMANN-Zone.

In Kap. IV hatten wir gesehen, daß die Breite der BOLTZMANN-Zone bei Sperrbelastung wächst (vgl. Kap. IV Abschn. 2c) und bei einer Sperrspannung von nur 0,5 Volt schon eine relativ große Ausdehnung von etwa 20  $\mu$  erreicht (vgl. Kap. IV Abschn. 4b, vor allem Abb. 13 und 15).

Bei höheren Sperrspannungen schrumpft die BOLTZMANN-Zone wieder zusammen und wird sogar außerordentlich klein. Das sieht man folgendermaßen ein:

Die Spannung  $|U_m|$  über der Mittelzone (221) wächst mit  $\mathfrak{E}_m$  sehr viel rascher an als die Spannung  $|U_r|$  über dem Raumladungsgebiet (222). Da die Feldstärke im Raumladungsgebiet nach (226) größer ist als die Feldstärke  $\mathfrak{E}_m$  in der Mittelzone, muß sich die Größe der beiden Gebiete mindestens um den Faktor  $\frac{|U_m|}{|U_r|}$  unterscheiden<sup>1</sup>.

$$\frac{d-d'}{2d'} \leq \frac{|U_r|}{|U_m|}. \quad (234)$$

<sup>1</sup> Genau genommen wird allerdings im undotierten Teil der BOLTZMANN-Zone  $d' \leq x \leq d$  nicht nur die Spannung  $U_r$  aufgebaut, sondern der Potentialunterschied

$$V(d) - V(d') = -\mathfrak{B} - (-V_D - |U_r|) = V_D + |U_r| - \mathfrak{B}.$$

[Das gilt jedenfalls für  $\mathfrak{E}_m < \mathfrak{E}(d; 0)$ . Bei stärkeren Sperrbelastungen  $\mathfrak{E}_m \gg \mathfrak{E}(d; 0)$  sinkt  $V(d)$  nach (230) merklich unter den Wert  $-\mathfrak{B}$  ab und der Wert  $V_D + |U_r| - \mathfrak{B}$  wäre zu korrigieren.]

In (234) wird also  $d-d'$  zu klein abgeschätzt, weil an Stelle von  $|U_r|$  eigentlich  $|U_r| + V_D - \mathfrak{B}$  zu setzen wäre. Der Abfall des Potentials von  $V(d) \approx -\mathfrak{B}$  auf  $-V_D$  findet

Mit wachsender äußerer Spannung geht aber nun  $\frac{|U_r|}{|U_m|} \rightarrow 0$ , und damit muß die Breite der BOLTZMANN-Zone im Vergleich zur Mittelzonenbreite verschwinden.

Für eine quantitative Abschätzung setzen wir  $U_m$  nach Gl. (221) und  $U_r$  nach (222) in (234) ein

$$\frac{d-d'}{2d'} \leq \frac{\mathfrak{B} \cdot \ln\left\{\frac{\mathfrak{E}_m}{\mathfrak{B} L(-\infty)} \cdot \frac{L(-\infty)}{2d}\right\}}{2d' \mathfrak{E}_m}. \quad (235)$$

Man sieht, daß mit wachsendem  $\mathfrak{E}_m$  der Wert  $\frac{d-d'}{2d'}$  kleiner wird<sup>1</sup>. Einen oberen Wert für die Breite der BOLTZMANN-Zone erhalten wir also, wenn wir  $\mathfrak{E}_m$  möglichst niedrig ansetzen, also z. B. mit Berücksichtigung von (212)

$$\mathfrak{E}_m = 10 \frac{\mathfrak{B}}{x_{0i}} \cdot \frac{d}{L(-\infty)}$$

wählen. Dann wird

$$d-d' < \frac{1}{10} x_{0i} \frac{L(-\infty)}{d} \ln\left\{5 \frac{L(-\infty)}{x_{0i}}\right\}$$

und mit den bisher von uns für quantitative Abschätzungen häufig benutzten Werten:  $x_{0i} = 1 \mu$ ,  $L(-\infty) = 1000 \mu$ ,  $d = 100 \mu$  erhalten wir

$$d-d' < 9 \mu.$$

c) Die quasineutralen  $n$ - und  $p$ -Zonen  $d^* < x < +\infty$  und  $-\infty < x < -d^*$ .

Im Innern der quasineutralen  $n$ -Zone haben die Elektronen wieder ihre Gleichgewichtskonzentration  $n_n = n_{D^+}$  angenommen. Der Elektronenstrom wird im Wesentlichen als Feldstrom geführt. Dagegen wird der Defektelektronenstrom, der bei  $x=d$  noch als reiner Feldstrom geführt wurde, dort als praktisch reiner Diffusionsstrom geführt. Diesen Übergang vom Feld- zum Diffusionsstrom wollen wir hier nicht näher untersuchen. Wir können daher auch keinen Wert der Minoritätsträgerkonzentration  $p(d^*)$  angeben. Dieser ist aber im einzelnen auch unerheblich. Formal können wir für den Konzentrationsverlauf der Defektelektronen in der  $n$ -Zone wieder Gl. (124) ansetzen,

wenn wir den dortigen Term  $p_n e^{\frac{2U_r}{\mathfrak{B}}}$  nach Gl. (84) durch die jetzt unbekannte Größe  $p(d^*)$  substituieren:

$$p(x) = \{p(d^*) - p_n\} e^{-\frac{x-d^*}{L_p}} + p_n; \quad d^* \leq x \leq +\infty. \quad (236)$$

jedoch in einer sehr schmalen Randzone von maximal 1–2  $\mu$  statt. (Man vgl. den Potentialverlauf im unbelasteten Gleichrichter Abb. 4 und die schematische Darstellung Abb. 6 bei niedriger Sperrbelastung. Man sieht, daß der Potentialwert  $-V_D$ , der beim unbelasteten Gleichrichter etwa bei  $x=d-2\mu$  angenommen wird, bei Sperrbelastung schon bei  $x$ -Werten erreicht wird, die noch näher an  $x=d$  heranreichen.) Bei kleinen Werten von  $\mathfrak{E}_m$ , für die wir die Breite der BOLTZMANN-Zone oben im Text abschätzen wollen, können wir dieses schmale Randgebiet gegenüber dem berechneten Wert von  $d-d'$  vernachlässigen. Bei größeren Werten von  $\mathfrak{E}_m$  müßte man diese Zone mitberücksichtigen. Da hier jedoch  $|U_r| \geq V_D$  ist, beträgt der Fehler, den man durch die Vernachlässigung von  $V_D - \mathfrak{B}$  macht, höchstens einen Faktor 2, der also weder an dem prinzipiellen Ergebnis, noch an der Größenordnungsmäßigen Abschätzung (234) bzw. (235) etwas ändert.

<sup>1</sup> Die Gl. (235) hat zwar eine Nullstelle bei

$$\mathfrak{E}_m = \frac{\mathfrak{B}}{L(-\infty)} \cdot \frac{2d}{L(-\infty)};$$

da jedoch  $x_{0i} \ll L(-\infty)$  ist, betrachten wir nach (212) hier nur Werte von  $\mathfrak{E}_m$ , für die das Argument im Logarithmus  $\gg 1$  ist.



Nun ist auf jeden Fall schon bei schwacher Sperrbelastung und damit erst recht auch bei hoher Sperrbelastung

$$p(d^*) \ll p_n,$$

so daß der Konzentrationsverlauf  $p(x)$  in der  $p$ -Zone, außer in unmittelbarer Umgebung der Stelle  $x = d^*$  von  $p(d^*)$  gar nicht abhängt.

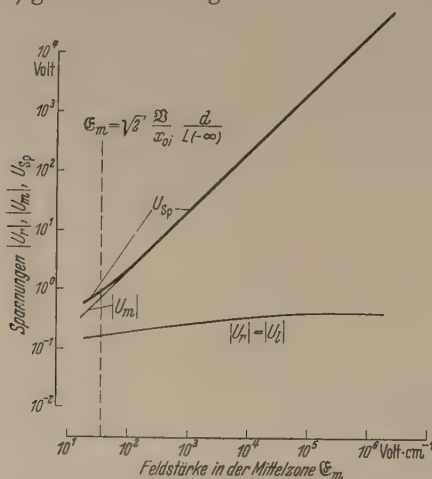


Abb. 18. Die Aufteilung der Gesamtspannung im hohen Sperrgebiet.  $U_r$ ,  $|U_m|$  und  $U_{sp}$  als Funktion von  $E_m$ .

Für den Konzentrationsverlauf der Elektronen in der  $p$ -Zone gilt das oben Gesagte ganz analog. Hier erhalten wir mit (87) aus (124)

$$n(x) = \{ n(-d^*) - n_p \} e^{\frac{x-d^*}{L_n}} + n_p; \quad -\infty \leq x \leq d^*. \quad (237)$$

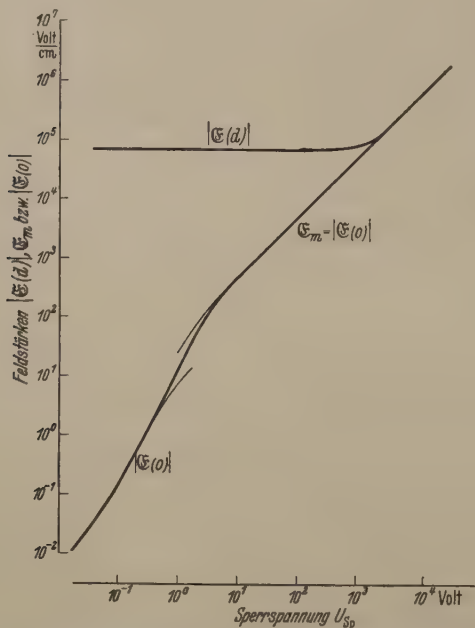


Abb. 19. Die Feldstärkewerte  $|E(d)|$  an der Dotierungsgrenze und  $E_m$  bzw.  $|E(0)|$  in der Mittelzone als Funktion der Sperrspannung.  $\{d = 100 \mu, L(-\infty) = 1000 \mu, |E(d; 0)| = 7 \cdot 10^4 \text{ Volt cm}^{-1}\}$ .

#### d) Diskussion.

Die physikalischen Tatsachen, die das Geschehen im  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter bei hohen Sperrspannungen beherrschen, haben wir schon in Abschn. 1 und 2 dieses Kapitels besprochen. Es sind

1. die starke Konzentrationsabsenkung in der Mittelzone, die zum Sättigungscharakter des Sperrstromes

und zur Aufspaltung der Konzentrationsverteilungen  $n(x)$  und  $p(x)$  führt, und

2. die Begrenzung dieser Konzentrationsabsenkung, die die Aufteilung der Sperrspannung auf die BOLTZMANN-Zonen und die Mittelzone regelt.

Im folgenden wollen wir versuchen, diese Vorgänge an Hand von zahlenmäßigen Ergebnissen noch zu veranschaulichen.

Dabei wollen wir zunächst die etwas ungewohnte Größe  $E_m$ , die bisher in unseren Betrachtungen als Parameter fungierte, durch die Sperrspannung

$$U_{sp} = |U| \quad (238)$$

ersetzen. Aus (93) folgt hierfür mit (221) und (222) und mit  $d' \approx d$

$$U_{sp} = 2 |U_r| + |U_m| \\ = E_m \cdot 2d + 2 \mathfrak{B} \ln \left\{ \frac{E_m}{\mathfrak{B}/L(-\infty)} \cdot \frac{L(-\infty)}{2d} \right\}. \quad (239)$$

Der Verlauf von  $|U_r|$ ,  $|U_m|$  und  $U_{sp}$  als Funktion von  $E_m$  ist in Abb. 18 dargestellt.

Hier und im folgenden wollen wir bei diesen zahlenmäßigen Betrachtungen stets einen  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter zugrunde legen, der durch folgende Daten festgelegt ist:  $d = 100 \mu$ ,  $L(-\infty) = 1000 \mu$ ,  $L_p = 100 \mu$ ,  $L_n = 300 \mu$ ,  $x_{0i} = 1 \mu$ ,  $\mathfrak{B} = 25 \text{ mVolt}$  ( $300^\circ \text{K}$ ),  $n_{D^+} = n_{A^-} = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  und damit nach (71)  $E(d; 0) = 7 \cdot 10^4 \text{ Volt cm}^{-1}$ .

Bei den zugrunde gelegten Werten liegt die durch (212) festgelegte untere Grenze für den Gültigkeitsbereich unserer Überlegungen bei

$$E_m = \sqrt{2} \frac{\mathfrak{B}}{x_{0i}} \frac{d}{L(-\infty)} = 35 \text{ Volt cm}^{-1}.$$

Unsere Betrachtungen gelten also schon für Sperrspannungen von etwa 1 Volt ab. Wie man aus Abb. 18 ersieht, kann man praktisch im gesamten Gebiet  $2 U_r$  gegenüber  $U_m$  vernachlässigen und erhält eine einfache lineare Beziehung

$$U_{sp} \approx 2d E_m. \quad (240)$$

Abb. 19 zeigt den Verlauf von  $|E(d)|$ , der sich mit (240) und (231) ergibt

$$E(d) = - \sqrt{\left( \frac{U_{sp}}{2d} \right)^2 + E^2(d; 0)} \exp \left\{ - \frac{1}{e} \left( \frac{U_{sp}}{2d \cdot E(d; 0)} \right)^2 \right\}. \quad (241)$$

Weiter zeigt Abb. 19 den durch (239) oder Abb. 18 gegebenen Verlauf von  $E_m$  in Abhängigkeit von der Sperrspannung. (Zum Vergleich ist noch bei niedrigen Sperrspannungen, unterhalb von 1 Volt also, der Wert  $|E(0)|$ , wie er sich aus (145) errechnet, mit eingetragen. Der Anschluß an das Gebiet oberhalb von 1 Volt ist befriedigend.) Die Feldstärke  $E(d)$  behält ihren Wert  $E(d; 0)$  im unbelasteten Gleichrichter bis zu sehr hohen Sperrspannungen unverändert bei.  $E_m$  steigt dagegen linear mit der Sperrspannung an. Man erhält also in der Mittelzone eine ortsunabhängige Feldstärke  $E_m$ , die dann in den schmalen BOLTZMANN-Zonen zu einem spannungsunabhängigen Randwert  $|E(d)|$  ansteigt. Erst wenn  $E_m \approx |E(d; 0)|$  wird, also bei den vorliegenden Annahmen bei Sperrspannungen von etwa 1000 V, wirkt sich die Sperrbelastung auf die Randfeldstärke  $|E(d)|$  an der Dotierungsgrenze aus.  $|E(d)|$  wird dann bald gleich  $E_m$ , d. h. man erhält eine konstante Feldstärke im ganzen Mittelgebiet  $-d \leq x \leq +d$ . Dies wird, wie wir in Abb. 21 und



auf S. 204 sehen werden, dadurch ermöglicht, daß die Konzentrationen  $n$  und  $p$  auch in den Randzonen des undotierten Mittelgebietes verschwinden, so daß die Raumladungen nur noch im hochdotierten  $n$ -Gebiet (positive Raumladung) und im hochdotierten  $p$ -Gebiet (negative Raumladung) sitzen.

In Abb. 20 ist der Ortsverlauf der Feldstärke im undotierten Mittelgebiet für verschiedene Sperrspannungen dargestellt. Die Werte  $\mathfrak{E}_m$  und  $|\mathfrak{E}(d)|$  sind aus Abb. 19 entnommen. Die Breite der BOLTZMANN-Zonen ist stark übertrieben, der Feldstärkeverlauf in den BOLTZMANN-Zonen schematisiert.

Die Konzentrationswerte bei  $x = d'$  und  $x = d$  zeigt Abb. 21. Die steile Absenkung der Konzentrationswerte  $n(d') = p(d')$  im niedrigen Sperrgebiet wird bei hohen Sperrspannungen nach (216) und (218) bei Berücksichtigung von (240) nur noch verlangsamt fortgesetzt.

$$n(d') \approx n_i \frac{\mathfrak{S}}{U_{Sp}} \cdot \left( \frac{2d}{L(-\infty)} \right)^2, \quad (242)$$

$$p(d') \approx n_i \frac{\mathfrak{S}}{U_{Sp}} \cdot \frac{2d}{L(-\infty)} \left\{ \frac{d-d'}{L(-\infty)} + \frac{n_i}{n_{D+}} \cdot \frac{L(-\infty)}{L_p} \right\}. \quad (243)$$

Gleichzeitig spalten  $n(d')$  und  $p(d')$  immer stärker auf. Während  $n(d') \sim \frac{1}{U_{Sp}}$  absinkt, nimmt  $p(d')$  schneller ab, da sich hier der Absenkung der gesamten Konzentrationsverteilung  $p(x) \sim \frac{1}{U_{Sp}}$  noch das Zusammenschrumpfen der BOLTZMANN-Zone durch das Glied  $\frac{d-d'}{L(-\infty)}$  in (243) multiplikativ überlagert. Erst bei sehr hohen Sperrspannungen, wenn  $\frac{d-d'}{L(-\infty)} \ll \frac{n_i}{n_{D+}} \times \frac{L(-\infty)}{L_p}$  geworden ist, sinkt auch  $p(d') \approx p(d)$  nur noch mit  $\frac{1}{U_{Sp}}$  weiter ab. (Die Werte  $p(d')$  können im Gegensatz zu den anderen Konzentrationswerten in Abb. 21 nicht exakt angegeben werden, da die Breite der BOLTZMANN-Zone  $d-d'$  nicht genau bekannt ist. Für die Berechnung von  $p(d')$  wurde  $d-d'$  nach der Abschätzungsformel (235) in (243) eingesetzt)<sup>1</sup>.

Die Minoritätsträgerkonzentration  $p(d)$  an der Dotierungsgrenze sinkt bei niedrigen Sperrspannungen (s. Abb. 21 links) zunächst ebenfalls sehr rasch ab (s. Gl. (119)). Die Absenkung findet jedoch ein Ende bei etwa  $4 \cdot 10^{-10} n_i$ , ein Wert, der durch den spannungsunabhängigen Sättigungswert (196) der Defektelektronenstromdichte bei  $x = d$  und die zunächst spannungsunabhängige Feldstärke  $\mathfrak{E}(d) \approx \mathfrak{E}(d; 0)$  bestimmt wird<sup>2</sup>. Der weitere Verlauf von  $p(d)$  bestimmt

sich durch (233) in Verbindung mit (240):

$$p(d) = \frac{n_i^2}{n_{D+}} \cdot \frac{\mathfrak{S}/L_p}{\sqrt{\left( \frac{U_{Sp}}{2d} \right)^2 + \mathfrak{E}^2(d; 0)} \exp \left\{ -\frac{1}{e} \left( \frac{U_{Sp}}{2d} \mathfrak{E}(d; 0) \right)^2 \right\}} \quad (244)$$

$p(d)$  behält also zunächst den Wert  $4 \cdot 10^{-10} n_i$  bei. Erst wenn  $|\mathfrak{E}(d)|$  anwächst (s. Abb. 19), also erst bei Sperrspannungen über ca. 1000 Volt, kann  $p(d)$  weiterabsinken<sup>1</sup>.

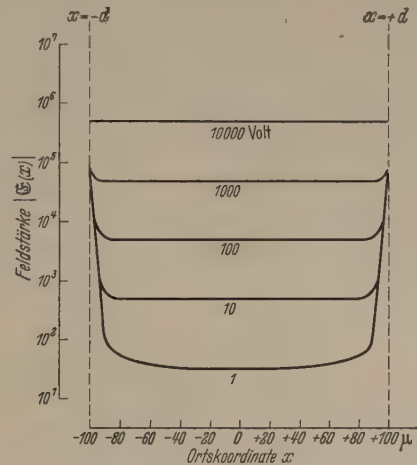


Abb. 20. Der Ortsverlauf der Feldstärke im undotierten Mittelgebiet eines  $p-i-n$ -Gleichrichters bei verschiedenen Sperrspannungen (schematisierte Darstellung).

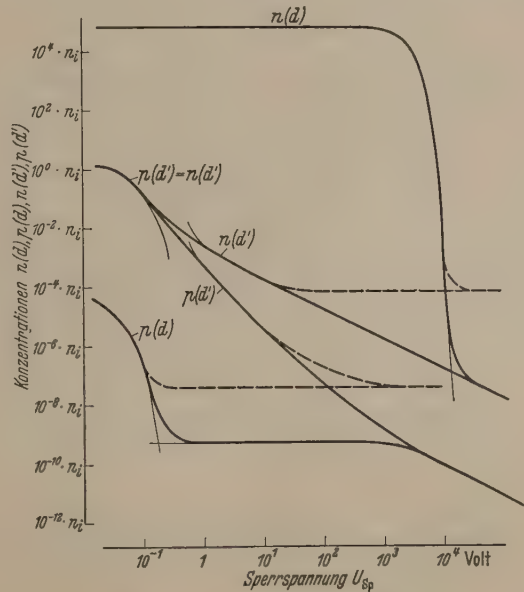


Abb. 21. Die Konzentrationswerte an der Dotierungsgrenze und an der Grenze zwischen Mittelzone und rechter BOLTZMANN-Zone in Abhängigkeit von der Sperrspannung.

— ohne } Berücksichtigung der Feldstärkeabhängigkeit der Beweglichkeiten  
--- mit }  
{  $x_0 = 1 \mu$ ,  $L(-\infty) = 1000 \mu$ ,  $d = 100 \mu$ ,  $L_p = 100 \mu$  }  
{  $\mathfrak{S} = 25 \text{ mVolt}$ ,  $n_{D+} = 10^8 n_i$ ,  $|\mathfrak{E}(d; 0)| = 7 \cdot 10^4 \text{ Volt cm}^{-1}$  }

Die Majoritätsträgerkonzentration  $n(d)$  ist nach (223) mit dem Potentialwert  $V(d)$  verknüpft.  $V(d)$  behält aber nach (230) zunächst den Wert  $-\mathfrak{S}$ , der sich im unbelasteten Gleichrichter einstellt. Erst wenn  $\mathfrak{E}_m = U_{Sp}/2d$  in die Größenordnung von  $|\mathfrak{E}(d; 0)|$  kommt, ändert sich  $V(d)$ . Entsprechend behält die

<sup>1</sup> Siehe nebenstehende Fußnote 2.

<sup>1</sup> Die Diskussion ist hier zunächst ohne Berücksichtigung der Arbeiten von E. J. RYDER und W. SHOCKLEY ([7], [8], [9]) durchgeführt, die den Einfluß hoher Feldstärken auf die Beweglichkeiten untersuchten. Bei hohen Feldstärken nimmt danach die Beweglichkeit zunächst mit  $\mathfrak{E}^{-1/2}$  und schließlich mit  $\mathfrak{E}^{-1}$  ab. Das würde bedeuten, daß von einer gewissen Sperrspannung ab die Absenkung der Konzentrationsverteilung in der Mittelzone langsamer verläuft, nämlich nur noch mit  $U_{Sp}^{-1/2}$  und schließlich ganz aufhört. Die Konzentrationswerte, die man bei Berücksichtigung dieser Arbeiten errechnet, sind gestrichelt in Abb. 21 eingetragen, wobei die Meßergebnisse von RYDER bei Germanium zugrunde gelegt sind.

<sup>2</sup> Bei Berücksichtigung der Arbeiten von SHOCKLEY-RYDER ist die Absenkung durch die maximal erreichbare Driftgeschwindigkeit der Defektelektronen begrenzt und nur bis zu einem Wert von etwa  $3 \cdot 10^{-9} n_i$  möglich. Vgl. hierzu jedoch auch Fußnote 1, S. 197 links.



## Majoritätsträgerkonzentration

$$n(\bar{d}) = n_{D^+} e^{+\frac{V(\bar{d})}{\mathfrak{B}}} = n_{D^+} e^{-\left\{ \frac{1}{\mathfrak{B}} \left( \frac{U_{Sp}}{2 \bar{d} \mathfrak{E}(\bar{d}; 0)} \right)^2 + 1 \right\}} \quad (245)$$

ihren Wert  $\frac{1}{\mathfrak{B}} \cdot n_{D^+}$ , den sie im unbelasteten Gleichrichter annimmt, unverändert bei (vgl. auch (66) und (118)). Erst ab Sperrspannungen von etwa 1000 Volt beginnt sich die Sperrspannung auf den Konzentrationswert  $n(\bar{d})$  auszuwirken.

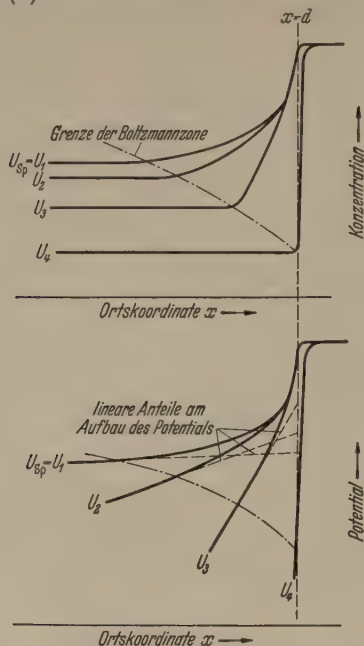


Abb. 22. Konzentrationsverlauf der Majoritätsträger und Potentialverlauf in der rechten BOLTZMANN-Zone bei steigender Sperrbelastung  $U_1 < U_2 < U_3 < U_4$  (schematisierte Darstellung).



Abb. 23. Raumladungsverteilung und Feldlinienverlauf im *p-i-n*-Gleichrichter bei hoher und bei sehr hoher Sperrspannung (schematisch).

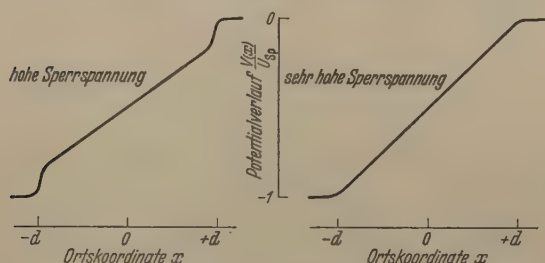


Abb. 24. Potentialverlauf im *p-i-n*-Gleichrichter bei hoher und bei sehr hoher Sperrspannung (schematisch).

$n(\bar{d})$  nimmt dann sehr rasch ab und würde bei  $1$  etwa  $10^4$  Volt unter  $n(\bar{d}')$  absinken (dünn gezeichneter

<sup>1</sup> Diese Spannungsangaben hängen natürlich von dem durch die Höhe der Randdotierung festgelegten Wert von  $\mathfrak{E}(\bar{d}; 0)$  ab. Sie können also auch wesentlich tiefer liegen, so daß es nicht sinnlos ist, die Vorgänge in diesem Gebiet  $\mathfrak{E}_m \gg \mathfrak{E}(\bar{d}; 0)$  zu diskutieren.

Kurvenverlauf). In diesem Gebiet ist aber bereits nach Abb. 19  $|\mathfrak{E}(\bar{d})| \approx \mathfrak{E}_m \approx |\mathfrak{E}(\bar{d}')|$  und  $n(\bar{d})$  kann daher gar nicht unter  $n(\bar{d}')$  absinken. Das bedeutet aber, daß man von dieser Sperrspannung ab nicht mehr mit einer BOLTZMANN-Verteilung innerhalb des undotierten Mittelgebiets rechnen darf<sup>1</sup>. Die BOLTZMANN-Zone ist völlig in das hochdotierte *n*-Gebiet zurückgedrängt worden.

Solange  $n(\bar{d})$ ,  $\mathfrak{E}(\bar{d})$  und  $V(\bar{d})$  durch die Sperrspannung noch nicht beeinflußt werden, ändert sich am Potentialverlauf und am Konzentrationsverlauf der Majoritätsträger in den hochdotierten Gebieten nichts. So bleibt vor allem auch die Gesamtraumladung in den hochdotierten Gebieten unverändert. Wir haben in Kap. IV, Abschn. 2, S. 154, Heft 3, gesehen, daß diese Raumladungen durch entgegengesetzte und gleich große Raumladungen in den undotierten Teilen der BOLTZMANN-Zonen gerade kompensiert wurden, so daß jede der BOLTZMANN-Zonen für sich in toto neutral blieb. Der bei Sperrbelastung höhere Potentialunterschied in den BOLTZMANN-Zonen wurde durch eine Verbreiterung der diffusen Raumladung im undotierten Gebiet aufgebaut. Dies gilt jedoch nicht mehr bei den in Kap. V behandelten höheren Sperrspannungen.

Die Raumladung in den hochdotierten Gebieten bleibt zwar zunächst unverändert, aber die kompensierenden Raumladungen in den undotierten Teilen der BOLTZMANN-Zonen verschwinden immer mehr und ziehen sich gleichzeitig an die Dotierungsgrenzen zurück. Dadurch bleibt jetzt in der rechten BOLTZMANN-Zone eine wachsende positive Raumladung, in der linken BOLTZMANN-Zone eine entsprechende negative Raumladung unkomponiert übrig. Diese resultierenden Raumladungen erzeugen die hohen Feldstärken in der raumladungsfreien Mittelzone. Daß in den undotierten Teilen der BOLTZMANN-Zonen trotz verschwindender Raumladungen ein immer größerer Potentialunterschied  $V_D + |U_r| - \mathfrak{B}$  abfallen kann, wird dadurch ermöglicht, daß diese Potentialdifferenz in steigendem Maße durch den linearen Anteil  $\mathfrak{E}(\bar{d}') \cdot (\bar{d} - \bar{d}')$  aufgebaut wird<sup>2</sup> (Abb. 22).

Bei sehr hohen Sperrspannungen verschwinden schließlich die Raumladungen im ganzen undotierten Mittelgebiet. Die Raumladungen in den hochdotierten Gebieten können dann nicht mehr konstant bleiben, sondern müssen ständig größer werden, um die wachsende Feldstärke im Mittelgebiet aufbauen zu können (Abb. 23). Der Potentialabfall verläuft dann in der ganzen Mittelzone linear (Abb. 24).

## 4. Prüfung der Näherungsannahmen.

Analog wie in Kap. IV wollen wir die Überlegungen dieses Kapitel V dadurch abschließen, daß wir die Näherungsannahmen prüfen, mit deren Benutzung wir unser Lösungssystem entwickelt haben. Wir verzichten dabei wieder auf Vollständigkeit und begnügen uns mit der Überprüfung des Lösungssystems für die Mittelzone. (Auf eine vollständige Darstellung der

<sup>1</sup> Bei Annahme eines BOLTZMANN-Gleichgewichtes bei  $x = \bar{d}$  würde ja dort der Diffusionsstrom den Feldstrom schwächen und  $n(\bar{d})$  müßte sogar größer bleiben als  $n(\bar{d}')$ , so daß sich zu dem dünn gezeichneten Konzentrationsverlauf ein Widerspruch ergeben würde.

<sup>2</sup> Vgl. Fußnote 1, S. 107, Heft 2.



Lösungen für die BOLTZMANN-Zonen und die hoch-dotierten Zonen haben wir ohnehin verzichtet.)

In der Mittelzone haben wir die Diffusionsstromdichten  $i_{p\text{Diff}}(x)$  und  $i_{n\text{Diff}}(x)$  als vernachlässigbar gegenüber den Stromdichten  $i_p(x)$  und  $i_n(x)$  betrachtet und auf Grund dieser Näherungsannahme das Lösungssystem

$$\mathfrak{E}(x) = -\mathfrak{E}_m, \quad (213)$$

$$n(x) = n_i \frac{\mathfrak{B}/L(-\infty)}{\mathfrak{E}_m} \left( \frac{d+x}{L(-\infty)} + \frac{n_i}{n_{A-}} \cdot \frac{L(-\infty)}{L_n} \right), \quad (214)$$

$$p(x) = n_i \frac{\mathfrak{B}/L(-\infty)}{\mathfrak{E}_m} \left( \frac{d-x}{L(-\infty)} + \frac{n_i}{n_{D+}} \cdot \frac{L(-\infty)}{L_p} \right) \quad (215)$$

entwickelt. Zur Prüfung dieser Lösung verwenden wir die Fundamentalgleichungen (26), (27) und (28), die sich wieder an die unmittelbar anschauliche Bedeutung unserer Näherungsannahme anschließen.

Die Integration der Fundamentalgleichungen (26) und (27) führt nämlich, wie wir in Kap. IV Abschn. 4 auf S. 162, Heft 3, gesehen haben, auf die Beziehungen

$$i_n(x) = i_{n\text{Feld}}(x) + i_{n\text{Diff}}(x) \quad (246)$$

und

$$i_p(x) = i_{p\text{Feld}}(x) + i_{p\text{Diff}}(x). \quad (247)$$

Auf Grund unserer Näherungsannahme ist aber nun gerade, wie man auch durch Vergleich von (205) und (206) mit dem Lösungssystem (213) bis (215) übersieht,  $i_n(x) = i_{n\text{Feld}}(x)$  bzw.  $i_p(x) = i_{p\text{Feld}}(x)$ . In den Gln. (246) und (247) bleiben also die Glieder  $i_{n\text{Diff}}(x)$  und  $i_{p\text{Diff}}(x)$  unkompensiert stehen. Man wird die Fundamentalgleichungen also als befriedigend erfüllt ansehen, wenn

$$i_{n\text{Diff}}(x) = (-e) \cdot D \cdot (-n'(x)) \ll |i_{n\text{Feld}}(x)|$$

$$\text{bzw. } i_{p\text{Diff}}(x) = (+e) \cdot D \cdot (-p'(x)) \ll |i_{p\text{Feld}}(x)|$$

ist. Mit (205) bzw. (206) und (214) bzw. (215) ergeben sich also die Forderungen

$$+e n_i \frac{D}{L(-\infty)} \cdot \frac{\mathfrak{B}/L(-\infty)}{\mathfrak{E}_m} \ll e n_i \frac{D}{L(-\infty)} \left\{ \frac{d+x}{L(-\infty)} + \frac{n_i}{n_{A-}} \frac{L(-\infty)}{L_n} \right\}, \quad (248)$$

$$\text{bzw. } +e n_i \frac{D}{L(-\infty)} \cdot \frac{\mathfrak{B}/L(-\infty)}{\mathfrak{E}_m} \ll e n_i \frac{D}{L(-\infty)} \left\{ \frac{d-x}{L(-\infty)} + \frac{n_i}{n_{D+}} \frac{L(-\infty)}{L_p} \right\}. \quad (249)$$

Da nun die Glieder  $i_{n\text{Diff}}$  bzw.  $i_{p\text{Diff}}$  über  $\mathfrak{E}_m$  spannungsabhängig sind, und da sie mit wachsender Spannung kleiner werden, sind die Forderungen (248) und (249) um so schlechter erfüllt, je niedriger die Sperrspannung ist. Abb. 25a zeigt, daß die Forderungen (248) und (249) schon bei  $\mathfrak{E}_m = 50 \text{ Volt cm}^{-1}$ , also nach Abb. 18 schon bei einer Spannung von 1 Volt in der ganzen Mittelzone bis auf Randgebiete von der Breite  $10 \dots 20 \mu$  erfüllt sind. Diese Breite stimmt mit der größenordnungsmäßig zu erwartenden Ausdehnung der BOLTZMANN-Zonen überein. Bei einer Sperrspannung von etwa 10 Volt (Abb. 25b) sind die Randgebiete schon auf etwa  $1-2 \mu$  zusammengeschrunpft.

Setzen wir das Lösungssystem (213) ... (215) in die Poissonsche Gleichung (28) ein, so erhalten wir

$$p(x) - n(x) = 0.$$

Die Poissonsche Gleichung ist hier scheinbar, außer bei  $x = 0$  nirgends vernünftig erfüllt. Wir müssen uns jedoch vor Augen halten, daß wir die Gl. (213) zunächst unter der Einschränkung (212) aus der Gl. (211) für  $\mathfrak{E}^2(x)$  gewonnen haben. Die Beziehung (211) erfüllt jedoch die Poissonsche Gleichung exakt, denn sie ist ja aus dieser abgeleitet worden (vgl. S. 199). Wir können daher die Poissonsche Gleichung durch unser Lösungssystem (213) ... (215) in dem Maße als erfüllt ansehen, in dem die Einschränkung (212) befriedigt wird. Dies ist mit wachsender Sperrspannung in stei-

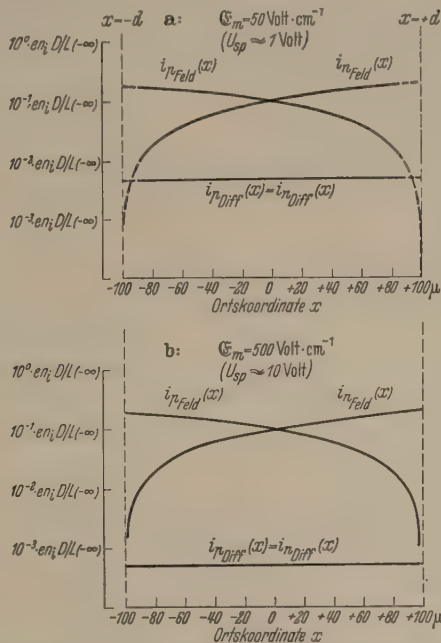


Abb. 25. Inwieweit werden die integrierten Kontinuitätsgleichungen für den Elektronen- und Defektelektronenstrom in der Mittelzone erfüllt? (Zur Prüfung der Forderungen (248) und (249)) ( $d = 100 \mu$ ;  $L(-\infty) = 1000 \mu$ ).

gendem Maße der Fall. Bei einer Sperrspannung von z. B. 5 Volt ist nach Abb. 19 schon

$$\mathfrak{E}^2(0) \approx (250 \text{ Volt cm}^{-1})^2 \gg 2 \left( \frac{\mathfrak{B}}{x_{0i}} \right)^2 \left( \frac{d}{L(-\infty)} \right)^2 = (35 \text{ Volt cm}^{-1})^2.$$

Die Vernachlässigung beträgt bei dieser noch relativ niedrigen Sperrspannung schon nur mehr 2 %.

## B. Der $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter.

Wir haben schon in der Einleitung betont, daß das Gleichrichterverhalten der Legierungsgleichrichter schon bei einer verhältnismäßig schwachen Dotierung des Mittelgebietes charakteristische Unterschiede gegenüber dem Verhalten des idealisierten  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichters mit streng eigenleitendem Mittelgebiet aufweist. Diese Veränderungen äußern sich weniger in den Stromspannungsbeziehungen, die nur unwesentliche Modifikationen erfahren<sup>1</sup>, als in dem mehr internen Geschehen, das seinen Ausdruck in den Konzentra-

<sup>1</sup> Dies gilt allerdings nur, sofern man das Gebiet des Steilanstieges des Sperrstromes durch ZENER-Effekt oder Stoßionisation nicht mit in die Betrachtung einbezieht.



tionsverteilungen und dem Potentialverlauf findet. Als bestimmende Größen treten hier der Leitfähigkeitstypus der Mittelzone und die Höhe der Mittelgebietsdotierung zusätzlich auf<sup>1</sup>.

Bei der folgenden Behandlung des  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichters wollen wir uns zur Vermeidung überflüssiger Umständlichkeiten ausschließlich auf den Fall beschränken, daß die Mittelzone schwach  $n$ -dotiert ist<sup>2</sup>. Wir werden also nur den  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter behandeln, den wir durch folgende Anordnung schematisieren:

Das Mittelgebiet mit der Dotierung

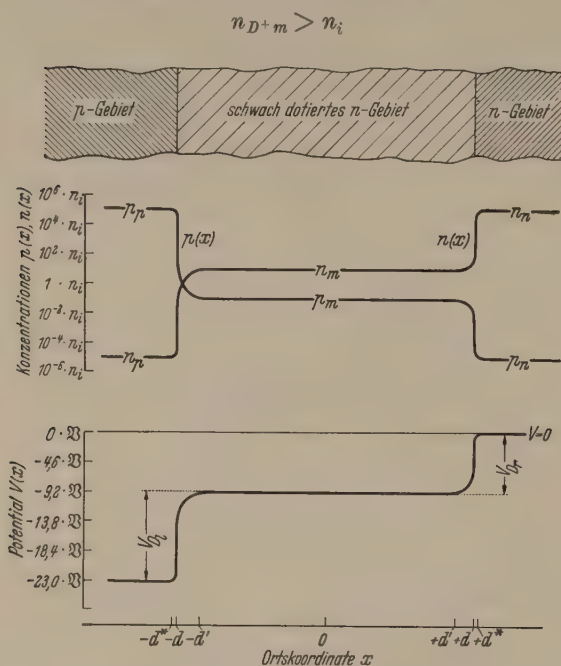


Abb. 26. Der unbelastete  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter (schematisch)  
( $n_{A-} = n_{D+r} = 10^5 n_i$ ;  $n_{D+m} = 10^4 n_i$ ).

habe die Breite  $2d$ . Nach links schließt sich ein hochdotiertes  $p$ -Gebiet an mit einer Dotierungskonzentration

$$n_{A-} \gg n_i,$$

nach rechts ein hochdotiertes  $n$ -Gebiet mit einer Dotierungskonzentration

$$n_{D+r} \gg n_i.$$

Die Dotierung des Mittelgebietes soll vergleichsweise zur Dotierung in den hochdotierten Gebieten gering sein:

$$n_{D+m} \ll n_{A-} \quad \text{und} \quad n_{D+m} \ll n_{D+r}.$$

Analog wie bei der Behandlung des  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichters wollen wir einen sprunghaften Verlauf der Dotierungskonzentration an den Grenzen des Mittelgebietes bei  $x = \pm d$  annehmen. Auch alle anderen Annahmen

<sup>1</sup> Eine einheitliche Bezeichnung ist noch nicht eingebürgert. Wir schlagen daher vor, folgende Nomenklatur zu benutzen: Für Gleichrichter mit schwacher  $n$ -Dotierung des Mittelgebietes wollen wir die Bezeichnung  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter, bei schwacher  $p$ -Dotierung des Mittelgebietes entsprechend die Bezeichnung  $p$ - $s$ - $p$ -Gleichrichter verwenden. Die Bezeichnung  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter würde sich daraus folgerichtig als gemeinsamer Oberbegriff ergeben. Dabei soll der Buchstabe  $s$  allgemein die im Vergleich zu den hochdotierten Randgebieten schwache (oder soft) Dotierung des Mittelgebietes symbolisieren.

<sup>2</sup> Bei schwacher  $p$ -Dotierung gelten ja alle Überlegungen analog.

über Flächenrekombination, Breite der hochdotierten Gebiete usw. sollen genau wie beim  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter gelten (vgl. Beginn von Teil A, S. 102, Heft 2).

Die Behandlung des  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichters können wir größtenteils recht summarisch durchführen. Wir können uns dabei weitgehend auf die beim  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter durchgeführten Überlegungen und auf die SHOCKLEYSche Theorie des  $p$ - $n$ -Gleichrichters stützen. Der  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter verhält sich nämlich zum Teil wie ein  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter und zum Teil wie ein  $p$ - $n$ -Gleichrichter:

Bei hohen Durchlaßspannungen, bei denen die Konzentrationen der Elektronen und Defektelektronen in der Mittelzone weit über die Dotierungskonzentration  $n_{D+m}$  angehoben sind, verliert diese ihre Bedeutung und der  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter wirkt genau wie ein  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter. Die Ergebnisse von Kap. IV gelten dann mit ganz geringen Modifikationen.

Bei niedrigen Durchlaßspannungen, bei denen die Konzentrationsanhebung in der Mittelzone klein bleibt im Vergleich zu  $n_{D+m}$ , und bei Sperrbelastung wirkt der  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter wie ein SHOCKLEYScher  $p$ - $n$ -Gleichrichter mit stark unsymmetrischer Dotierung:  $n_{A-} \gg n_{D+}$ . Der rechte hochdotierte  $n$ -Bereich wird dann bedeutungslos. Er wirkt sich lediglich noch schwach auf die Randbedingungen für die mittlere  $n$ -Zone aus, die man nicht mehr als unendlich ausgedehnt ansehen kann, wie man dies bei der Behandlung der  $p$ - $n$ -Gleichrichter üblicherweise tut. Dies ergibt aber lediglich eine sowohl für das quantitative Ergebnis als auch für die prinzipielle Betrachtung unbedeutende rein geometrische Korrektur.

Eine Behandlung des  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichters kann sich daher im wesentlichen auf die Darstellung dieser Zusammenhänge konzentrieren. Wir werden dies im folgenden durchführen und uns dabei zunächst auf den Fall beschränken, daß die Dotierungskonzentration  $n_{D+m}$  im Mittelgebiet größer ist als die Inversionsdichte  $n_i$ . Um ein anschauliches Bild zu haben, mag man z. B. an einen Germaniumgleichrichter denken mit einer Mittelgebietsdotierung von etwa  $10^{14}$ – $10^{15}$  cm<sup>-3</sup>, die also etwa 1–2 Zehnerpotenzen über der Inversionsdichte liegt (spezifischer Widerstand des Ausgangsgermaniums etwa 10–1  $\Omega$  cm), während man die Dotierungskonzentrationen in den hochdotierten Gebieten in der Größenordnung  $10^{17}$ – $10^{18}$  cm<sup>-3</sup> ansetzen kann. Den Fall kleinerer Mittelgebietsdotierung und den Übergang zum  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter werden wir abschließend diskutieren.

## VI. Der unbelastete $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter.

Den Konzentrations- und Potentialverlauf in einem unbelasteten  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter zeigt Abb. 26. Im Innern der Mittelzone nehmen Elektronen und Defektelektronen die Gleichgewichtskonzentrationen  $n_m$  bzw.  $p_m$  an. Sofern  $n_{D+m} \gg n_i$  ist, gilt<sup>1</sup>

$$n_m = n_{D+m}, \quad (250)$$

$$p_m = \frac{n_i^2}{n_{D+m}}. \quad (251)$$

Im Innern der hochdotierten Gebiete werden wieder die durch die Gln. (30) bis (33) gegebenen Werte ange-

<sup>1</sup> Vergl. Fußnote 3, S. 103, Heft 2.



ommen. Der Übergang zu den Gleichgewichtswerten des Mittelgebietes vollzieht sich wie beim  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter in einer verschliffenen Form innerhalb zweier Raumladungsgebiete. Die von diesen Raumladungen aufgebauten Diffusionsspannungen sind jetzt allerdings am linken und am rechten Übergang bei Gleichheit der Dotierungen  $n_{A^-}$  und  $n_{D^+r}$  verschieden groß. Die Anwendung der Gl. (36) ergibt

$$V_{D_r} = \mathfrak{B} \cdot \ln \frac{n_n}{n_m} = \mathfrak{B} \cdot \ln \left( \frac{n_{D^+r}}{n_i} \cdot \frac{n_i}{n_{D^+m}} \right), \quad (252)$$

$$V_{D_l} = \mathfrak{B} \cdot \ln \frac{p_p}{p_m} = \mathfrak{B} \cdot \ln \left( \frac{n_{A^-}}{n_i} \cdot \frac{n_{D^+m}}{n_i} \right). \quad (253)$$

Die quantitative Berechnung des Potentialverlaufes und der Konzentrationsverteilung ist beim  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter nicht in der einfachen Weise möglich wie beim  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter; die Differentialgleichung für  $V(x)$  ist jetzt nämlich auch in der Mittelzone nicht mehr mit bekannten Transzendenten geschlossen integrierbar. Die Verhältnisse in der Mittelzone sind jetzt vielmehr mathematisch ähnlich wie in den hochdotierten Zonen (vgl. III, Abschn. 2, vor allem Abschn. 2b, S. 104 und 105, Hft 2).

Man kann jedoch wieder die der Gl. (52) entsprechenden intermediären Integrale für die hochdotierten Gebiete und die Mittelzone aufstellen. Durch Vergleich für  $x = \pm d$  erhält man dabei wieder entsprechend (65) bzw. (70)

$$\begin{aligned} V(+d) &= -\mathfrak{B} \\ V(-d) &= -(V_{D_r} + V_{D_l}) + \mathfrak{B} = V(-d^*) + \mathfrak{B} \end{aligned} \quad (254)$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}(+d) &= -\sqrt{\frac{2}{e} \frac{\mathfrak{B}}{x_{0n}}} \\ \mathfrak{E}(-d) &= -\sqrt{\frac{2}{e} \frac{\mathfrak{B}}{x_{0p}}} \end{aligned} \quad (255)$$

Der Potentialverlauf und die Konzentrationsverteilungen in den hochdotierten Gebieten einschließlich der Dotierungsgrenze sind also wieder von den Eigenschaften der Mittelzone unabhängig (vgl. Schluß von III, S. 106 und 107, Hft 2).

Da die DEBYE-Länge für das Mittelgebiet

$$x_{0m} = \sqrt{\frac{\varepsilon \mathfrak{B}}{4 \pi e n_{D^+m}}} \quad (256)$$

infolge der Mittelzonendotierung  $n_{D^+m} > n_i$  kleiner ist als beim  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter, wird der Ortsverlauf der Konzentrationen in den Raumladungszonen des Mittelgebietes gegenüber dem Fall des  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichters noch zusammengedrängt sein. Wir können also die Breite der Raumladungszonen wie beim  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter gegenüber der Breite  $2d$  der Mittelzone vernachlässigen<sup>1</sup>.

## VII. Der belastete $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter.

### 1. Der $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter bei hoher Durchlaßbelastung.

Wie beim  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter werden auch beim  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter bei Belastungen in Durchlaßrichtung die Konzentrationen  $n$  und  $p$  in der schwachdotierten Mittelzone angehoben. Wenn die Belastungen genügend groß sind — bei „starken“ Durchlaß-

<sup>1</sup> Das gilt jedoch bei hohen Sperrspannungen nur mehr zum Teil, dann nämlich nur, wenn die Dotierung der Mittelzone ebenfalls genügend hoch ist (vgl. Kap. VII, Abschn. 4, S. 211).

belastungen also —, werden  $n$  und  $p$  wesentlich größer als die dortige Dotierung  $n_{D^+m}$ . Dann kann aber die Mittelzonendotierung  $n_{D^+m}$  gar keine wesentliche Rolle mehr spielen. Sie erscheint ja nur in der Raumladungsgleichung (22), sonst in keiner weiteren Grundgleichung, auch nicht in den expliziten Ausdrücken (17), (18), (95) usw. für  $\mathfrak{R}$ . In der Raumladungsgleichung tritt  $n_{D^+m}$  aber additiv neben der Differenz  $p - n$  auf. Wenn also  $p$  und  $n$  einzeln groß gegen  $n_{D^+m}$  geworden sind, hat die im Durchlaßfall für die Mittelzone zu fordernde Neutralität auf jeden Fall  $p \approx n$  zur Folge. Die Größe von  $n_{D^+m}$  beeinflusst nur die Genauigkeit, mit der diese Gleichheit von  $p$  und  $n$  innegehalten wird. Sonst hat das Vorhandensein von  $n_{D^+m}$  keine weitere Bedeutung.

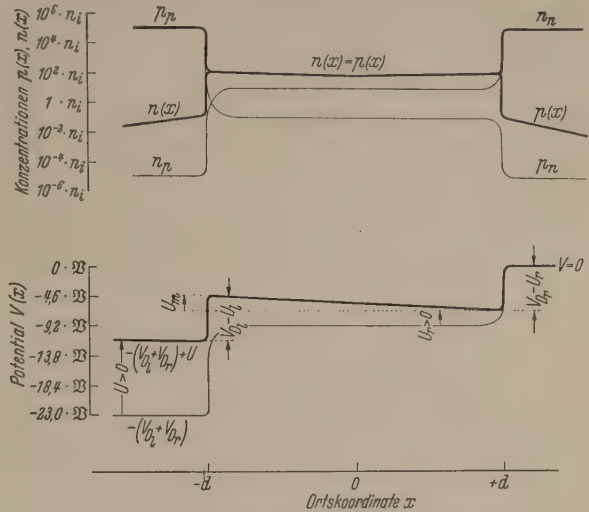


Abb. 27. Der  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter bei hoher Durchlaßbelastung. Konzentrations- und Potentialverlauf (schematisch).

— Durchlaßbelastung, — ohne Belastung.

( $n_{A^-} = n_{D^+r} = 10^4 n_i$ ,  $n_{D^+m} = 10 n_i$ ,  $U_r + U_l = 9,2 \mathfrak{B}$ ,  $U_m = 2,3 \mathfrak{B}$ ).

Daraus folgt, daß sich der  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter bei „starken“ Belastungen in Durchlaßrichtung wie ein  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter mit den gleichen Dotierungen  $n_{A^-}$  und  $n_{D^+r}$  in den hochdotierten Zonen verhalten muß. Insbesondere müssen also die Konzentrationsverteilungen und der Potentialverlauf bei starken Durchlaßbelastungen symmetrisch bzw. antisymmetrisch zur Gleichrichtermitte sein<sup>1</sup> (s. Abb. 27), und speziell für die Spannungsabfälle über den beiden Raumladungszonen gilt

$$V_{D_l} - U_l = V_{D_r} - U_r.$$

Daraus folgt mit (252) und (253)

$$U_l - U_r = 2 \mathfrak{B} \ln \frac{n_{D^+m}}{n_i} \text{ (siehe Fußnote 2). } \quad (257)$$

Im Bereich hoher Durchlaßspannungen unterscheiden sich also  $U_l$  und  $U_r$  um eine feste, spannungsunabhängige Differenz, die nur durch die Dotierung des Mittelgebietes bestimmt ist<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> Wir machen wieder die vereinfachenden Voraussetzungen  $\mu_n = \mu_p$  und  $n_{A^-} = n_{D^+r}$ .

<sup>2</sup> Die Beziehung (257) ist wieder unabhängig von der Annahme  $n_{A^-} = n_{D^+r}$ . Das gleiche gilt für die daraus sich ergebenden Folgerungen.

<sup>3</sup> Die Beziehung (257) gilt in dieser einfachen Form nur für  $n_{D^+m} \gg n_i$ . Die exakte Beziehung lautet:  $U_l - U_r = 2 \mathfrak{B} \cdot \ln \frac{n_m}{n_i} = 2 \mathfrak{B} \cdot \ln \left\{ \frac{1}{n_i} \left( \frac{1}{2} n_{D^+m} + \sqrt{\frac{1}{4} n_{D^+m}^2 + n_i^2} \right) \right\}$  (vgl. Fußnote 3, S. 103, Hft 2). Für  $n_{D^+m} \rightarrow 0$  geht  $U_l - U_r \rightarrow 0$  damit erhält man aus der exakten Beziehung wieder (92).



Da bei hohen Durchlaßbelastungen Potential- und Konzentrationsverlauf unabhängig davon sind, ob das Mittelgebiet schwach dotiert ist oder nicht, muß sich das in Kap. IV entwickelte Lösungssystem für den  $p-i-n$ -Gleichrichter auch auf den  $p-s-n$ -Gleichrichter übertragen lassen. Dafür müssen wir allerdings die in den Gleichungen von Kap. IV auftretenden und dort einander gleichen Parameter  $U_r$  und  $U_l$  durch eine geeignete Größe  $X$  substituieren, denn beim  $p-s-n$ -Gleichrichter sind ja nach (257)  $U_r$  und  $U_l$  nicht mehr gleich, sondern verschieden. Von der Substitutionsgröße  $X$  müssen wir verlangen, daß sie bei gegebener äußerer Spannung  $U$  den gleichen Wert hat, wie die Größe  $U_r$  und  $U_l$  im  $p-i-n$ -Gleichrichter:

$$X = U_{r(p-i-n)} = U_{l(p-i-n)}.$$

Wegen der Identität der Potentialverläufe muß nun der Spannungsabfall  $U_m$  über der Mittelzone und damit auch der Spannungsabfall  $(U_r + U_l) = U - U_m$

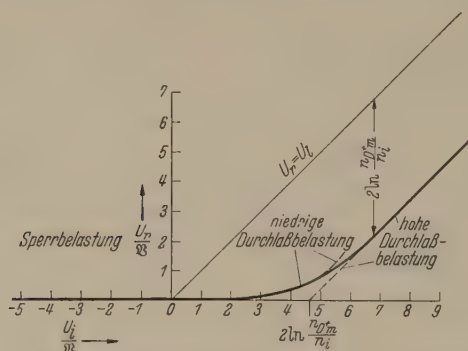


Abb. 28. Der Spannungsabfall über der rechten und linken Raumladungszone beim  $p-s-n$ -Gleichrichter.

$$\left( \frac{n_{D+m}}{n_i} = 10; \quad \text{bei } \frac{2d}{L_{pm}} = 2 \right).$$

über den beiden Raumladungszonen beim  $p-i-n$ - und beim  $p-s-n$ -Gleichrichter gleich sein:

$$U_{l(p-s-n)} + U_{r(p-s-n)} = U_{l(p-i-n)} + U_{r(p-i-n)} = 2X.$$

Daraus folgt unter Berücksichtigung von (257)

$$\begin{aligned} U_{l(p-s-n)} &= X + \mathfrak{B} \cdot \ln \frac{n_{D+m}}{n_i} \\ U_{r(p-s-n)} &= X - \mathfrak{B} \cdot \ln \frac{n_{D+m}}{n_i} \end{aligned} \quad (258)$$

Die gesuchte Substitutionsgröße  $X$  ist daher einfach

$$X = \frac{1}{2} (U_{r(p-s-n)} + U_{l(p-s-n)}). \quad (259)$$

Mit der Substitution

$$U_r \rightarrow \frac{1}{2} (U_r + U_l); \quad U_l \rightarrow \frac{1}{2} (U_r + U_l) \quad (260)$$

geht das Lösungssystem für den  $p-s-n$ -Gleichrichter vollständig aus dem in Kap. IV entwickelten Lösungssystem für den  $p-i-n$ -Gleichrichter hervor.

Damit können wir den Fall hoher Durchlaßbelastung schon abschließen und uns dem Fall niedriger Durchlaß- und Sperrbelastung zuwenden.

## 2. Der $p-s-n$ -Gleichrichter bei schwacher Durchlaß- und Sperrbelastung<sup>1</sup>.

Wie wir in Abschn. 1 gesehen haben, sind beim  $p-s-n$ -Gleichrichter die Spannungsabfälle  $U_l$  und  $U_r$

<sup>1</sup> Wir folgen hier im wesentlichen Berechnungen von E. THOMA (Interner Bericht der Siemens-Schuckertwerke A.G. Laboratorium Pretzfeld).

über der rechten und linken Raumladungszone nicht wie beim  $p-i-n$ -Gleichrichter einander gleich, sondern zwischen ihnen besteht bei starken Durchlaßbelastungen eine feste Differenz

$$U_l - U_r = 2 \mathfrak{B} \cdot \ln \frac{n_{D+m}}{n_i}. \quad (261)$$

Im unbelasteten Gleichrichter dagegen sind  $U_l$  und  $U_r$  einander gleich; beide haben nämlich den Wert null. Im Bereich niedriger Durchlaßspannungen muß also  $U_l$  mit steigender Belastung zunächst wesentlich

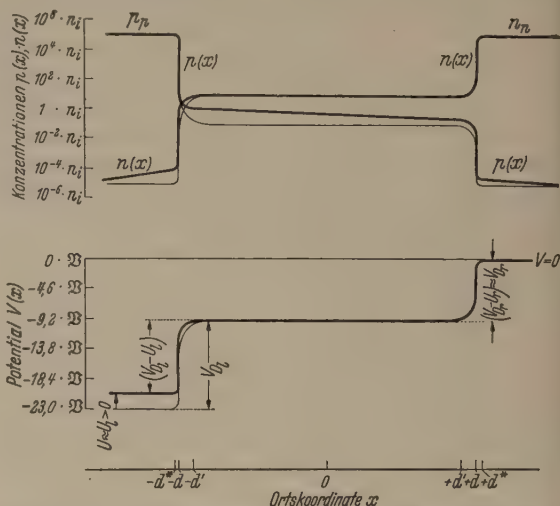


Abb. 29. Der  $p-s-n$ -Gleichrichter bei schwacher Durchlaßbelastung. Konzentrationsverteilungen und Potentialverlauf (schematisch). — Schwache Belastung in Durchlaßrichtung, — Keine Belastung.

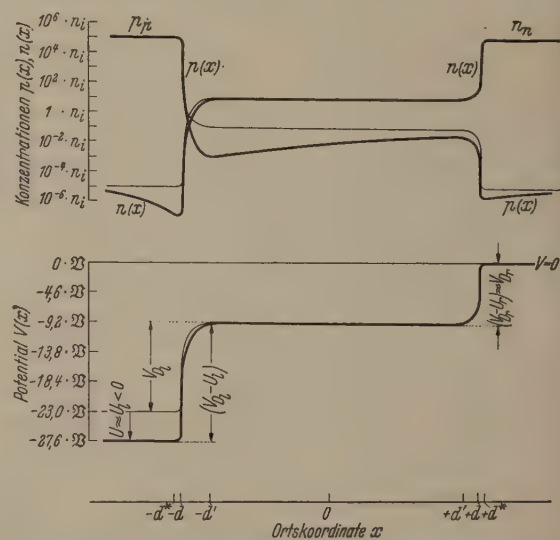


Abb. 30. Der  $p-s-n$ -Gleichrichter bei schwacher Sperrbelastung. Konzentrationsverteilungen und Potentialverlauf (schematisch). — Schwache Belastung in Sperrrichtung, — Keine Belastung.

rascher anwachsen als  $U_r$ . Im Gebiet hoher Durchlaßspannungen hat sich dann schließlich die durch (257) vorgeschriebene Differenz zwischen  $U_l$  und  $U_r$  ausgebildet und beide wachsen weiterhin gleich schnell an (Abb. 28). Man wird also schon auf Grund dieser qualitativen Überlegungen einen Potentialverlauf und Konzentrationsverteilungen erwarten, wie sie in Abb. 29 für den Fall einer schwachen Durchlaßbelastung und in Abb. 30 für den Fall einer schwachen Sperrbelastung dargestellt sind.

Die Defektelektronenkonzentration  $p(-d')$  an der linken Grenze der Mittelzone bei  $x = -d'$  wird, so-



ange in der Raumladungszone BOLTZMANN-Gleichgewicht herrscht, exponentiell mit dem Spannungsabfall  $U_l$  angehoben (Durchlaßbelastung) oder abgesenkt (Sperrbelastung)<sup>1</sup>

$$p(-d') = p_m \cdot e^{\frac{U_l}{\mathfrak{B}}}. \quad (262)$$

Im Vergleich zu  $p(-d')$  ändert sich, da bei schwacher Durchlaß- und bei Sperrbelastung immer  $|U_r| < |U_l|$  bleibt (s. Abb. 28), die Defektelektronenkonzentration  $p(+d')$  an der rechten Grenze der Mittelzone wenig<sup>2</sup> (s. Abb. 29 und 30).

Der im unbelasteten Zustand waagerechte  $p$ -Verlauf fällt also bei Durchlaßbelastung von  $-d'$  nach  $+d'$  hin ab, bzw. steigt bei Sperrbelastung von links nach rechts an. Solange in der ganzen Mittelzone  $p \ll n_{D+m}$  bleibt, wird die Konzentration der Elektronen durch die Belastung nicht beeinflusst<sup>3</sup>. Es gilt also

$$n(x) = n_{D+m} + p(x) \approx n_{D+m}. \quad (263)$$

Bei den niedrigen in Frage kommenden Durchlaß- und Sperrströmen, bedeutet die durch diese Elektronenkonzentration erzeugte Leitfähigkeit praktisch noch einen Kurzschluß, so daß die Bahnfeldstärke und damit der Spannungsabfall  $U_m$  über der Mittelzone verschwindend klein bleiben.

Die Verhältnisse sind jetzt also ganz anders geworden als beim  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter (vgl. die Abb. 5 und 6). Der Spannungsabfall konzentriert sich ausschließlich auf die linke Raumladungszone:

$$U_l \approx U. \quad (264)$$

Die Elektronenkonzentration in der Mittelzone wird durch die Belastung praktisch nicht beeinflusst. Die Defektelektronenkonzentration ist nicht mehr symmetrisch zur Gleichrichtermitte. Sie fällt oder steigt monoton von links nach rechts. Die Feldstärke in der Mittelzone ist sehr klein. Deshalb wird der Defektelektronenstrom dort praktisch als reiner Diffusions-

<sup>1</sup> Bei höheren Sperrbelastungen ist die Bedingung des BOLTZMANN-Gleichgewichts nicht mehr erfüllt, die Gl. (262) gilt dann nicht mehr, sondern muß durch (279) ersetzt werden.

<sup>2</sup> Obwohl  $U_r$  sehr klein ist, ist allerdings doch eine merkliche Anhebung von  $p(+d')$  festzustellen. Bei Konzentrationsberechnungen kann man nämlich in allen Belastungsfällen von der Quasineutralitätsbedingung  $n(+d') = n_{D+r}$  im Innern des hochdotierten  $n$ -Gebietes ausgehen. Von hier folgt man dann weiter, daß nach dem BOLTZMANN-Prinzip am

rechten Ende der Mittelzone  $n(+d') = n_m e^{\frac{U_r}{\mathfrak{B}}}$  sein muß. Das bedeutet für  $n$  wegen der Kleinheit von  $U_r$  nur eine

schwache Anhebung  $n(+d') - n_m = n_m \left( e^{\frac{U_r}{\mathfrak{B}}} - 1 \right)$ . Für  $p$  ist die durch die Neutralitätsbedingung erzwingene gleich große Anhebung

$$p(+d') - p_m = n_m \left( e^{\frac{U_r}{\mathfrak{B}}} - 1 \right)$$

aber wegen  $p_m \ll n_m$  prozentual zum Ausgangswert  $p_m$  durchaus merklich.

<sup>3</sup> Im Sperrgebiet wird diese Forderung automatisch erfüllt, sofern  $n_{D+m} > n_i$ , ist (vgl. hierzu auch Abschn. 4 S. 212). Im Durchlaßgebiet wollen wir durch diese Forderung  $p \ll n_{D+m}$  das Gebiet niedriger Belastung begrenzen. Da nach Abb. 29 der größte Wert von  $p$  bei  $x = -d'$  erreicht wird, ist die Forderung also erfüllt, solange  $p(-d') \ll n_{D+m}$  bleibt, d. h. mit (262) und (251) solange

$$U_l < 2 \mathfrak{B} \cdot \ln \frac{n_{D+m}}{n_i}$$

ist.

strom geführt. Die Verhältnisse in der Mittelzone sind also qualitativ die gleichen wie im  $n$ -Gebiet eines  $p$ - $n$ -Gleichrichters<sup>1</sup>.

Auch quantitativ erhält man gegenüber den Ergebnissen der SHOCKLEYSchen  $p$ - $n$ -junction-Theorie nur unwesentliche Modifikationen<sup>2</sup>. Für den Ortsverlauf der Defektelektronenkonzentration in der Mittelzone erhält man an Stelle des vom  $p$ - $n$ -Gleichrichter her gewohnten Exponentialgesetzes<sup>3</sup> die Beziehung

$$p(x) - p_m = p_m \frac{\mathfrak{G} \left[ \frac{x - d'}{L_{pm}} \right]}{\mathfrak{G} \left[ \frac{2d'}{L_{pm}} \right]} \left( e^{\frac{U}{\mathfrak{B}}} - 1 \right), \quad (265)$$

wobei sich die Diffusionslänge  $L_{pm}$  der Defektelektronen im Mittelgebiet analog wie beim  $p$ - $n$ -Gleichrichter aus dem Ansatz

$$\Re = \frac{p(x) - p_m}{\tau_{pm}} \quad (266)$$

für den Rekombinationsüberschuß  $\Re$  und aus der Definitionsgleichung

$$L_{pm} = \sqrt{D \cdot \tau_{pm}} \quad (267)$$

ableitet. Die Stromspannungsbeziehung lautet unter Vernachlässigung der Diffusionsschwänze in den hochdotierten Gebieten

$$i = p_m \cdot e^{\frac{D}{L_{pm}} \left( e^{\frac{U}{\mathfrak{B}}} - 1 \right)} \cdot \mathfrak{I}g \frac{2d}{L_{pm}} \quad (268)$$

und unterscheidet sich nur durch den rein geometrischen Faktor  $\mathfrak{I}g \frac{2d}{L_{pm}}$  von der eines  $p$ - $n$ -Gleichrichters, wenn man berücksichtigt, daß man bei einem stark unsymmetrischen  $p$ - $n$ -Übergang ebenfalls den Stromanteil des Elektronendiffusionsschwanzes in der  $p$ -Zone vernachlässigen kann.

### 3. Der $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter im hohen Sperrgebiet.

Auch bei hohen Sperrbelastungen bleiben wesentliche Züge der in Abschn. 2 geschilderten Verhältnisse erhalten. Die Analogie zum  $p$ - $n$ -Gleichrichter bleibt bestehen. Der Spannungsabfall konzentriert sich nach wie vor auf das linke Raumladungsgebiet und erfaßt nicht wie beim  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter die ganze Mittelzone. Die Stromdichte nimmt den durch (268) für  $U \rightarrow -\infty$  bestimmten Sättigungswert

$$i = -i_{sp} = -e p_m \cdot \frac{D}{L_{pm}} \cdot \mathfrak{I}g \cdot \frac{2d}{L_{pm}} \quad (269)$$

an<sup>4</sup>.

Dagegen muß man beim Übergang zu „hohen“ Sperrspannungen (0,2 ... 1 V) die Annahme fallen

<sup>1</sup> Vgl. z. B. mit Abb. IV 8.1 in [10]. Dort ist allerdings ein symmetrischer  $p$ - $n$ -Gleichrichter zugrunde gelegt und die Raumladungs- oder Übergangszone ist erheblich breiter gekennzeichnet als in Abb. 29.

<sup>2</sup> Auf eine Durchführung der Berechnungen, die im übrigen nach dem in Kap. IV angegebenen Schema durchgeführt werden können, wollen wir daher verzichten.

<sup>3</sup> Siehe z. B. [10] Gl. (IV 8.07).

<sup>4</sup> Dies gilt allerdings nur solange die Breite  $l$  der Raumladungszone klein gegenüber  $\frac{n_i}{n_{D+m}} \cdot 2d$  bzw.  $\frac{n_i}{n_{D+m}} L_{pm}$  bleibt (vgl. Gl. (284) für die beiden Grenzfälle  $2d \ll L_{pm}$  und  $2d \gg L_{pm}$ ). Ein Vergleich der Sättigungssperrströme von  $p$ - $s$ - $n$  und  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichtern einschließlich ihrer Temperaturabhängigkeit ist in einer gesonderten Arbeit [18] durchgeführt.



lassen, daß im ganzen linken Raumladungsgebiet BOLTZMANN-Gleichgewicht herrscht<sup>1</sup>, da die Annahme eines BOLTZMANN-Gleichgewichtes wieder ähnlich wie

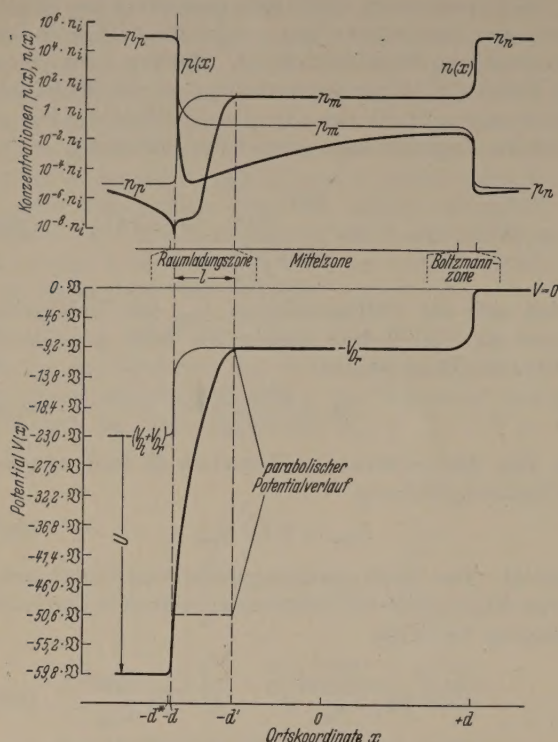


Abb. 31. Der  $p-s-n$ -Gleichrichter bei hoher Sperrbelastung. Konzentrationsverteilungen und Potentialverlauf (schematisch).

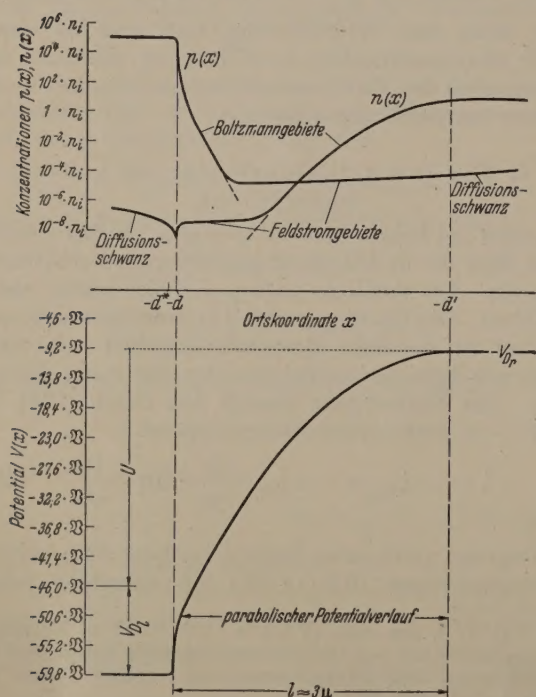


Abb. 32. Konzentrationsverteilungen und Potentialverlauf im linken Raumladungsgebiet (vergrößerter Ausschnitt aus Abb. 31).

$n_{D+m} = 10 n_i$ ;  $n_A = 10^6 n_i$ ;  $U = 36,8 \text{ V} \approx 1 \text{ Volt}$ .

beim  $p-i-n$ -Gleichrichter zu unzulässig starken Konzentrationsabsenkungen führen würde (vgl. Kap. V). BOLTZMANN-Gleichgewicht herrscht bei höheren Sperrspannungen nur noch in schmalen Teilbereichen der

linken Raumladungszone, während im größten Teil dieser Zone Elektronen- und Defektelektronenstrom als praktisch reine Feldströme geführt werden<sup>1</sup>. Es treten daher gegenüber dem BOLTZMANN-Ansatz Modifikationen in den Konzentrationsverteilungen auf, die aber nicht mehr wie beim  $p-i-n$ -Gleichrichter die gesamte Mittelzone betreffen, sondern nur noch die linke Raumladungszone. Während wir also beim  $p-i-n$ -Gleichrichter das Mittelgebiet als wesentlich für das Geschehen im Gleichrichter erkannt haben, können wir uns hier auf die Behandlung der linken Raumladungszone beschränken.

Die Konzentrationsverteilungen und den Potentialverlauf für eine Sperrspannung von 1 Volt zeigt Abb. 31<sup>2</sup> (man vgl. mit Abb. 16). Der größte und wesentlichste Teil  $[-d, -d']$  der Raumladungszone  $[-d^*, -d']$  liegt wieder im schwach  $n$ -dotierten Mittelgebiet  $-d \leq x \leq +d$ . Seine Breite  $l = d - d'$  wird durch die Dotierung des Mittelgebietes und die Spannung bestimmt. Die Sperrspannung wird vollständig von diesem Teil der Raumladungszone aufgenommen. Eine Erhöhung der äußeren Spannung wird durch eine Verbreiterung der Raumladungszone aufgefangen und nicht mehr wie beim  $p-i-n$ -Gleichrichter durch eine Erhöhung der Feldstärke in der Mittelzone.

Wichtig für die Behandlung der Raumladungszone ist, daß praktisch hier überall die Elektronen- und die Defektelektronenkonzentrationen so weit unter die Konzentration  $n_{D+m}$  der Donatoren im Mittelgebiet abgesenkt sind, daß man sie bei der Raumladungsbilanz

$$\varrho = e(n_{D+m} + p - n) \approx e \cdot n_{D+m} \quad (270)$$

vernachlässigen kann. Dies führt zu einem linearen Feldstärkeverlauf

$$\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}(-d') + \frac{\mathfrak{B}}{x_{0m}} \frac{x+d'}{x_{0m}} \approx \frac{\mathfrak{B}}{x_{0m}} \frac{x+d'}{x_{0m}} \quad (271)$$

und zu einem parabolischen Potentialverlauf

$$V(x) = V(-d') - \frac{1}{2} \mathfrak{B} \left( \frac{x+d'}{x_{0m}} \right)^2 = - \left\{ V_{D_r} + \frac{1}{2} \mathfrak{B} \left( \frac{x+d'}{x_{0m}} \right)^2 \right\}, \quad (272)$$

wobei

$$x_{0m} = \sqrt{\frac{\varepsilon \mathfrak{B}}{4\pi e n_{D+m}}} \quad (273)$$

die DEBYE-Länge im undotierten Mittelgebiet bedeutet. Für die Breite  $l$  der linken Raumladungszone erhält man

$$l \approx x_{0m} \sqrt{\frac{2 U_{sp}}{\mathfrak{B}}}. \quad (274)$$

Die Beziehungen (270) ··· (272) sind an den Grenzen der Raumladungszone nicht mehr gut erfüllt. In unmittelbarer Nähe der rechten Grenze  $x = -d'$  fällt die Raumladungsdichte allmählich auf den Wert 0 ab.

<sup>1</sup> Der gleiche Effekt tritt natürlich in der Raumladungszone eines SHOCKLEYSchen  $p-n$ -Gleichrichters auf. Für die Stromspannungscharakteristik und den Potentialverlauf ist er ohne Belang. Bei der Berechnung der Konzentrationsverteilungen oder der FERMI-Potentiale muß er allerdings berücksichtigt werden (vgl. auch Fußnote 1, S. 198).

<sup>2</sup> Die Änderung der Beweglichkeit bei hohen Feldstärken ist dabei nicht berücksichtigt worden (vgl. Fußnote 1, S. 203). Sie würde in Abb. 31 noch keine erheblichen Abänderungen bewirken.

<sup>1</sup> Vgl. Fußnote 1, S. 209 links.



Dies hat eine leichte Verflachung des Potentialverlaufes zur Folge, ein Effekt, der praktisch ohne Bedeutung ist und von dem wir daher im folgenden ganz absehen wollen. Links im Raumladungsgebiet bei  $x = -d$  steigt die Defektelektronenkonzentration weit über  $n_{D+m}$  an. Die Raumladungsdichte wird wesentlich erhöht und man erhält einen sehr viel steileren Potentialverlauf; da dieses Gebiet sehr schmal ist, wird in ihm allerdings nur noch ein geringer Spannungsabfall aufgenommen<sup>1</sup> (vgl. Abb. 32).

Die Defektelektronenkonzentration fällt von ihrem Gleichgewichtswert  $p_p$  links im hochdotierten  $p$ -Gebiet in einer schmalen BOLTZMANN-Zone zunächst sehr steil nach rechts ab. Dieser BOLTZMANN-Abfall kann jedoch nicht unbegrenzt weiter gehen; sonst würden unzulässig niedrige Konzentrationswerte herauskommen (s. hierzu Kap. V S. 196 ... 198). Die Defektelektronenkonzentration steigt vielmehr bis zum rechten Ende der Raumladungszone allmählich wieder an. In diesem Gebiet wird der Defektelektronenstrom praktisch als reiner Feldstrom geführt. Jenseits der Grenze  $x = -d'$  der Raumladungszone schließt sich die quasineutrale Mittelzone an, in der der Defektelektronenstrom praktisch als reiner Diffusionsstrom geführt wird. Die gleiche Reihenfolge: BOLTZMANN-Gebiet, Feldstromgebiet, Diffusionsschwanz tritt für die Elektronen in umgekehrter Richtung auf, also von rechts bei  $x = -d'$  beginnend nach links auf.

Die Berechnung der Konzentrationsverteilungen kann man auf Grund des Potentialverlaufes (272) bzw. der Feldverteilung (271) und mit vernünftigen Annahmen über den Verlauf der Stromdichten  $i_p(x)$  und  $i_n(x)$  von Defektelektronen und Elektronen durchführen<sup>2</sup>.

Im einzelnen ergibt sich für die Elektronenkonzentration von  $x = -d'$  nach links zunächst eine BOLTZMANN-Verteilung (Abb. 32)

$$n(x) = n_{D+m} \cdot e^{-\left(\frac{|x|-d'}{\sqrt{2} x_{0m}}\right)^2} \quad (275)$$

Diese Beziehung führt wiederum rasch zu einer unzulässig starken Konzentrationsabsenkung und muß daher in eine Feldstromlösung übergehen. Hier erhält man mit (205) und (271) unter Berücksichtigung von  $l = d - d'$  bzw.  $d = l + d'$ :

$$n(x) = n_i \left( \frac{x_{0m}}{L(-\infty)} \right)^2 \left\{ \frac{1}{|x|-d'} \left[ l + \frac{n_i}{n_A} \frac{L(-\infty)}{L_n} L(-\infty) \right] - 1 \right\} \quad (276)$$

Analog erhält man für die Defektelektronenkonzentration von links nach rechts zunächst eine BOLTZMANN-Verteilung<sup>3</sup>

$$p(x) = n_A \cdot e^{-\frac{V(x) - V(-d^*)}{\mathfrak{B}}} \quad (277)$$

<sup>1</sup> Bei der Berechnung der Randfeldstärken muß man diesen Inversionseffekt allerdings beachten. Die Rechnung, die genau analog der Berechnung der Randfeldstärke beim  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter (Kap. V) verläuft, wollen wir hier nicht durchführen.

<sup>2</sup> Diese Annahmen sind im übrigen keineswegs kritisch. In den BOLTZMANN-Gebieten hängt die Konzentration von der Stromdichte gar nicht ab und in den Feldstromgebieten ist der Zusammenhang linear. Bei den vielen Zehnerpotenzen, um die sich die Konzentrationen aber innerhalb der Raumladungszonen ändern, ist z. B. ein Faktor 2 praktisch noch belanglos. Wir haben bei unseren Rechnungen die Annahmen zugrunde gelegt, daß  $i_p(x)$  in der Raumladungszone praktisch unverändert gleich der Gesamtstromdichte  $i$  ist (Gl. 269), und daß  $i_n(x)$  denselben Ortsverlauf hat wie im  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter (Gl. 205).

<sup>3</sup> Da dieser Bereich im wesentlichen in das Gebiet nicht-parabolischen Potentialverlaufes fällt, haben wir hier  $V(x)$  nicht durch die Beziehung (272) ausgedrückt.

und anschließend ein Feldstromgebiet, in dem der Konzentrationsverlauf mit Hilfe der Gl. (271) auf Grund der Annahme  $i_p(x) \approx i$  berechnet wird. Es ergibt sich die Beziehung

$$p(x) = p_m \cdot \frac{x_{0m}}{L_{pm}} \cdot \mathfrak{E}_g \left( \frac{2d}{L_{pm}} \right) \cdot \frac{x_{0m}}{|x|-d'} \quad (278)$$

Die Gl. (278) liefert als Randwert der Defektelektronenkonzentration für  $x = -d'$  den Wert  $\infty$ . Sie kann also in der Nähe von  $x = -d'$  nicht mehr gültig bleiben. Um den richtigen Randwert zu erhalten, müssen wir die strenge Lösung für  $p(x)$  auswerten. Diese liefert für  $p(-d')$  den Wert

$$p(-d') = p_m \cdot \frac{x_{0m}}{L_{pm}} \cdot \mathfrak{E}_g \left( \frac{2d}{L_{pm}} \right) \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (279)$$

Die Defektelektronenkonzentration an der Grenze  $x = -d'$  zwischen Raumladungszone und Mittelzone kann also nur um rund den Faktor  $\frac{x_{0m}}{L_{pm}}$  gegenüber der Gleichgewichtskonzentration  $p_m$  abgesenkt werden, also ungefähr um  $3 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$   $\approx 10^{-3}$  in dem den Abb. 31 und 32 zugrunde liegenden Beispiel.

Bei „hohen“ Sperrspannungen muß daher die Randbedingung (262) durch (279) ersetzt werden (vgl. Fußnote 1, S. 209 links). Dieses Versagen des BOLTZMANN-Ansatzes (262) hat natürlich auch schwache Auswirkungen auf die Lösung für die Mittelzone (bzw. auch auf die in Kap. VII nicht behandelten Lösungsansätze für die hochdotierten Gebiete). Die Auswirkungen sind jedoch so geringfügig, daß wir sie nicht weiter verfolgen wollen.

Den Übergang von der Randbedingung (262) zur Randbedingung (279) kann man im übrigen zur Festlegung der Grenze zwischen den Gebieten „niedriger“ und „hoher“ Sperrspannung heranziehen. Diese Grenze liegt bei derjenigen Spannung, bei der die durch (262) beschriebene Konzentrationsabsenkung den Grenzwert (279) erreicht, also bei

$$U_{Sp} = \mathfrak{B} \cdot \ln \left( \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{L_{pm}}{x_{0m}} \cdot \text{Cotg} \frac{2d}{L_{pm}} \right) \quad (280)$$

#### 4. Der $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter mit sehr geringer Dotierung der Mittelzone. (Der Übergang zum $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter.)

Bisher haben wir  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter mit relativ hoher Mittelzonendotierung

$$n_{D+m} > n_i$$

betrachtet. Auch den Absolutwert der Mittelzonendotierung haben wir im Prinzip genügend hoch angenommen, denn wir haben stets vorausgesetzt, daß die Breite der Raumladungszone, die nach (274) und (273) mit der Dotierung durch die Beziehung

$$l = \sqrt{\frac{2 U_{Sp}}{\mathfrak{B}}} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon \mathfrak{B}}{4 \pi e n_{D+m}}} \quad (281)$$

verknüpft ist, klein gegenüber der Breite  $2d$  des Mittelgebietes bleibt.

Läßt man die Mittelzonendotierung  $n_{D+m}$  immer kleiner werden, so müssen sich die Eigenschaften des  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichters immer mehr denen des  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichters anpassen. Wie weit man mit den Eigenschaften des einen oder anderen rechnen kann, hängt im einzelnen von der Belastung ab und davon, auf welche Eigenschaften man vornehmlich das Augenmerk richtet. Wir bringen abschließend zu unseren Ausführungen noch einige Überlegungen, die diesen Übergang vom  $p$ - $s$ - $n$ - zum  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter etwas illustrieren. Es wird sich zeigen, daß sowohl die relative Höhe  $n_{D+m}/n_i$  als auch die absolute Höhe  $n_{D+m}/\text{cm}^{-3}$  der Mittelzonendotierung für diesen Übergang wichtig sind.

In Abschn. 1 und 2 dieses Kapitels haben wir bereits gesehen, daß bei Steigerung der Durchlaß-



belastung das Verhalten des  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichters in das eines  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichters übergeht;  $p$ - $i$ - $n$ -Verhalten tritt ein, wenn

$$p(x) > n_{D+m} \text{ in } -d' \leq x \leq +d'$$

geworden ist;  $p$ - $s$ - $n$ -Verhalten liegt vor, solange noch

$$p(x) < n_{D+m} \text{ in } -d' \leq x \leq +d'$$

bleibt. Die Grenze kann man demnach durch die Bedingung

$$p(x) \approx n_{D+m} \text{ in } -d' \leq x \leq +d' \quad (282)$$

charakterisieren. Sie verschiebt sich also mit kleiner werdender Dotierung zu niedrigeren Durchlaßspannungen und für  $n_{D+m} \ll n_i$  liegt sie schon im Sperrgebiet. Maßgeblich für die Grenzspannung ist die

relative Größe  $\frac{n_{D+m}}{n_i}$  der Mittelzonendotierung. Für  $n_{D+m} > n_i$  ergab sich zum Beispiel in Fußnote 3 auf S. 209 links als Grenzspannung eine Durchlaßspannung  $U \approx 2 \mathfrak{B} \ln \frac{n_{D+m}}{n_i}$ .

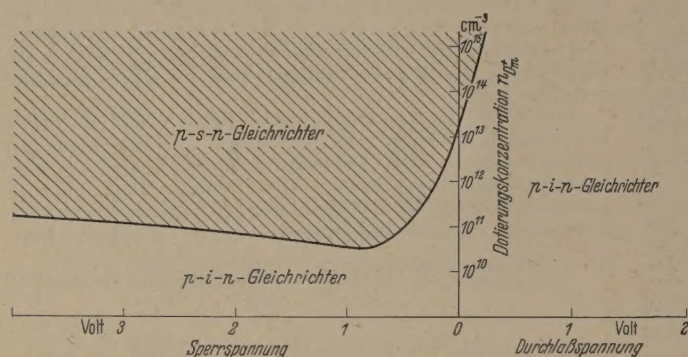


Abb. 33. Grenze zwischen  $p$ - $s$ - $n$ - und  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichterverhalten in Abhängigkeit von der Dotierung des Mittelgebietes und der Belastung. (Beispiel: Germanium  $n_i = 2 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ,  $d = 100 \mu$ .)

Der Bereich, in dem sich der  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter wie ein  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter benimmt, wird mit sinkender Dotierung jedoch auch von hohen Sperrspannungen her eingeeengt. Maßgebend dafür ist die absolute Höhe der Mittelzonendotierung. Nach (281) ist ja die Breite der Raumladungszone mit der Dotierung der Mittelzone verknüpft. Bei genügend schwacher Dotierung kann nun schon bei verhältnismäßig niedriger Sperrspannung die linke Raumladungszone das gesamte Mittelgebiet erfassen. Die Grenzspannung, bei der dies geschieht, bei der also  $l = 2d$  wird, ist nach (281) durch die Beziehung

$$U_{Sp} = 2 \frac{4\pi e}{\epsilon} \cdot n_{D+m} \cdot d^2 \quad (283)$$

gegeben. Oberhalb dieser Spannung kann eine weitere Spannungserhöhung nicht mehr durch eine Verbreiterung der Raumladungszone aufgefangen werden; sie muß wieder wie beim  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter linear über der Mittelzone abfallen. Bei Spannungen oberhalb des durch (283) gegebenen Grenzwertes nimmt der  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter also wieder gewisse Züge des  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichters an. Der Einfluß der Mittelgebietsdotierung auf den Verlauf der Konzentrations- und Potentialverteilungen wird dann rasch bedeutungslos.

Aber auch in bezug auf die Stromspannungskennlinie des Gleichrichters ist die Grenzspannung (283) maßgebend für die Entscheidung zwischen  $p$ - $i$ - $n$ - und  $p$ - $s$ - $n$ -Verhalten. Um dies einzusehen, müssen wir die Beziehung

$$i = -e p_m \frac{L_{pm}}{\tau_{pm}} \cdot \mathfrak{I}g\left(\frac{2d}{L_{pm}}\right) \quad (269)$$

noch etwas vervollkommen. Bei ihrer Ableitung war nämlich die Paarerzeugung in der Raumladungszone vernachlässigt worden. Bei Berücksichtigung der endlichen Breite  $l$  der Raumladungszone erhält man exakter die Beziehung

$$i = -\left\{ e \cdot p_m \cdot \frac{L_{pm}}{\tau_{pm}} \cdot \mathfrak{I}g\left(\frac{2d-l}{L_{pm}}\right) + \frac{e n_i}{\mathfrak{I}_1} \cdot l \right\}, \quad (284)$$

die wir hier nicht im einzelnen ableiten wollen.

Die Beziehung wird jedoch plausibel, wenn man sich daran erinnert, daß man den Strom durch Integration des Rekombinationsüberschusses über dem Mittelgebiet erhält<sup>1</sup>. Dieses umfaßt nun die quasineutrale Mittelzone (1. Term in (284) von der Breite  $2d-l$  [also nicht von der Breite  $2d$ , wie bei Ableitung der vereinfachten Beziehung (269) angenommen wurde] und die Raumladungszone von der Breite  $l$ . In dieser sind beide Trägerkonzentrationen abgesenkt und der Rekombinationsüberschuß  $\mathfrak{R}$  wird daher durch die für den  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter gültige, ortsunabhängige Beziehung

$$\mathfrak{R} = -\frac{n_i}{\mathfrak{I}_1} \quad (193)$$

bestimmt (vgl. Kap. V, Abschn. 1). Die Integration über die Raumladungszone liefert daher den 2. Term in (284).

Wenn die Sperrspannung  $U_{Sp}$  den durch (283) bestimmten Wert erreicht und  $l = 2d$  wird, verschwindet der 1. Term in (284) und der über  $l$  spannungsabhängige Sperrstrom des  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichters wird gleich dem Sättigungsstrom

$$i = -\frac{e \cdot n_i}{\mathfrak{I}_1} \cdot 2d \quad (194)$$

des  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichters.

Die demnach sowohl für die Stromspannungscharakteristik wie für die Konzentrations- und Potentialverteilungen maßgebende Grenzspannung (283) ist betragsmäßig um so kleiner, je niedriger die Mittelzonendotierung  $n_{D+m}$  ist. Mit sinkender Dotierung breitet sich also auch von hohen Sperrspannungen her ein Bereich aus, in dem sich der  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter wie ein  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter verhält.

Mit sinkender Dotierung wird also der Spannungsbereich, in dem sich der  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichter vom  $p$ - $i$ - $n$ -Gleichrichter unterscheidet, von beiden Seiten her eingeeengt (Abb. 33) und verschwindet schließlich ganz. In dem in Abb. 33 wiedergegebenen Beispiel liegt die Grenzkonzentration, von der ab die charakteristischen Eigenschaften des  $p$ - $s$ - $n$ -Gleichrichters verschwinden, bei etwa  $3.10^{10} \text{ cm}^{-3}$ .

Die Literaturzusammenstellung befindet sich auf Seite 107.

Dr. A. HERLET u. Dr. E. SPENKE,  
Siemens-Schuckert-Werke, Laboratorium Pretzfeld.

<sup>1</sup> Die Strombeiträge der hochdotierten Gebiete werden wieder vernachlässigt.